أثر هلبرت و منكوفسكي

في بناء منطق العلاقة الترابطية بين الفيزياء والرياضيات عند أينشتاين

م. م. ليث أثير يوسف
كلية الآداب - الجامعة المستنصرية

مقدمة:

أسهم الفيزيائيون الألمان في طرح النظريات الفيزيائية في منتصف القرن التاسع عشر بمساعدة زملائهم الرياضيين الذين بدورهم لم يتوقفوا عن تطوير النظريات الرياضية بل طبقوها على المسائل الفيزيائية، وذهب بعض الرياضيين الألمان إلى إحداث تقنيات رياضية مفيدة في عالم الفيزياء(*)، وهذا الوضع كان في جامعة كوتنجن وليبزج وانتقل بعدها وبعد انتهاء الحرب العالمية الثانية إلى القارة الأميركية ولتحقيق الغاية من البحث فقد قسمته الى ثلاث محاور أساسية وهي المحور الأول ويتناول تعريفا بهلبرت ومينكوفسكي في جامعة جوتنجن ونشاطهما العلمي ومن ثم تناولت في المحور الثاني تأثير الجهد العلمي لمينكوفسكي على اينشتاين وفي المحور الثالث تناولت تأثير هلبرت وجهده الرياضي على اينشتاين حيث ان اينشتاين وقتها كان طالبا ولديه الرغبة بالانضمام إلى رفقة ديفيد هلبرت ومينكوفسكي وفليكس كلاين وارنست هيومان وغيرهم من العباقرة الذين تأثر بهم وعلى الرغم من ان الاثنين قدما انجازات عظيمة في مجال الفيزياء والميكانيكا وكان لهما الدور الكبير في التأثير على فكرة اينشتاين حول الرياضيات وأهميتها في العلوم الفيزيائية ألا أنهما لم يتوصلا إلى صياغة نظرية النسبية بشكلها النهائي كما فعل اينشتاين.

لم يكن في ذهن اينشتاين مدى أهمية الرياضيات في العلوم الفيزيائية الا بعد ان قضى دراسته في جامعة كوتنجن وهذا ما سيحاول تبيانه هذا البحث.

ان العلاقة بين الرياضيات والفيزياء علاقة تبادلية ومهمة جدا فلا بد من دراسة الرياضيات اولا قبل الشروع بدراسة الفيزياء والرياضيات هي لغة الفيزياء وهناك دراسة ضمن الفيزياء تسمى الفيزياء الرياضية (Mathematical physics) وهي محاولة الفيزياء في إيجاد حلول رياضية لتفسير الظواهر الطبيعية وصياغتها في نظريات شاملة. والرياضيات ليست مجرد أداة تستعمل لأغراض الحساب والتوصل إلى النتائج النهائية بل هي المصدر الرئيسي للمفاهيم والمبادئ التي تصاغ للوصول إلى نظريات جديدة في العلوم الفيزيائية ولذا فنظرية اينشتاين في النسبية لم تصغ إلا بعد الاستعانة بقوانين الهندسة الرياضية(١) وسنبين ان شاء الله

لاحقا مدى أهمية المدرسة الرياضية الألمانية في تغير فكر اينشتاين حول العلاقة بين الرياضيات والفيزياء.

تمهيد:

لطالما عارض اينشتاين كون الرياضيات علما ضروريا وأساسيا يشرح النظرية الفيزيائية ولكن وجهة نظره تبدلت في حزيران عام ١٩٣٣ حيث ألقى محاضرة لهلبرت سبنسر في جامعة أكسفورد تدور حول وصف منهج الفيزياء النظرية وصرح حينها قائلا: "وإذا بعد كل ما تقدم أن من الصحيح كون البناء البديهي للفيزياء النظرية لا يمكن استخراجه من التجربة بل يجب أن نخترعه بحرية ولا يجب ان نكون متفائلين بالوصول الى الطريق الصحيح وسأكون هنا صريحا في ان هناك طريقا صحيحا ويمكننا ان نجده فتجربتنا تبرر لنا الاعتقاد بأن الطبيعة هي أدراك لأبسط الأفكار الرياضية.أنا مقتنع أننا نستطيع اكتشاف البناء الرياضي الخالص بالوسائل وكذلك القوانين الرياضية التي ستكون الحل لفهم الظواهر الطبيعية... التجربة ستبقى بالطبع المعيار الوحيد لرفد الطبيعيات بالبناء الرياضي لكن سيبقى المبدأ الخلاق في الرياضيات"[١].

مثل هذا ا لتصريح السابق من اينشتاين لم يكن مجرد كلام شفاه بل وصف فعلي لمنهجه الحالي فيما يخص البحوث الفيزيائية ومنذ عام ١٩٢٢ ولبقية حياته العلمية عمل جاهدا في صياغة حقول نظرية موحدة لتكون أساسا لجميع العلوم الطبيعية، وهذا ما حدث فعلا وقد أثمر نتائج جزئية وقليلة لم تقربه ضمن المجتمع الفيزيائي بل جعلته غريبا عنها فقد كان الاعتقاد السائد والمهيمن في المجتمع الفيزيائي في العلاقة الوطيدة بين الفيزياء والرياضيات.

ليس لأحد ان يشك في أن أينشتاين نفسه وقبل عام ١٩٢٠ كان من المعارضين بشدة هذا الاتجاه السابق فحين كان طالبا جامعيا وفي بداية حياته الجامعية كان يرى دائما في الرياضيات بأنه علم غير رصين وهي أداة في خدمة ألأفكار الفيزيائية والمعرفة الرياضية ضرورية كأداة في الأغراض المباشرة للعمليات الفيزيائية وأيضا كان حتى لا يثق كون المعرفة الرياضية كافية ودقيقة مما أدى إلى نفوره من هذا المنهج لاعتقاده بأنه يتعارض مع العلوم الطبيعية في عدة مواضع ومن خلال الأمثلة التي سجلها وساقها ونستدل بهذا الشأن من خلال ما كتبه الى فليكس كلاين (Felix Klein) في عام ١٩١٧ في تعامل فليكس الرياضي مع المعادلات المتعلقة بالنسبية العامة (GTR) يقول اينشتاين فيها: "يبدو لي أنك بالغت في تقديرك ووجهة نظرك فالتقدير سيكون حاضرا حين يكتمل الموضوع ويصاغ بشكل نهائي ولكن في النهاية ستفشل وستكون بحاجة للكشف العلمي"[٢].

كان هذا في معرض رده حول عدم الاعتماد الكامل على القوانين الرياضية وأقول بأن التغير الجوهري السابق في نظرة اينشتاين لم يكن على سابق عهدة وخصوصا بين عام ١٩١٢ إلى عام ١٩١٥ بالتحديد بعد طرح الصيغة الرياضية لنظرية للجاذبية ولعل هذا التغير في فكره نتيجة تفاعلات معقدة في العلاقة بين الرياضيات والفيزياء والذي يبدو للكثير أنها متشابكة بين بعضه البعض ولذا فان اينشتاين لقي صعوبة لكي يفصل كل على حدة ولعل أكثر ما أبهر اينشتاين هو التطبيق غير المتوقع لهندسة ريمان (Riemannian geometry) وأيضا حساب المتجهات لكل من جورجيو رتشي وتوليو ليفي (T. Levi)[٣].

وعلى الرغم من هذا الانبهار السابق لآينشتاين لم يغير من وجهة نظره إزاء الرياضيات ألا عندما التحق بكوتنجن حيث هلبرت ومينكوفسكي اللذان كان لهما الأثر الأكبر في فكر اينشتاين وسنوضح ذلك لاحق.

تعريف بهالبرت ومينكوفسكي في جامعة جوتنجن:

يعد ديفيد هلبرت من أكثر الرياضيين شهرة في بداية القرن العشرين، وقد جلب إلى كوتنجن من فليكس كلاين[٣] عام ١٨٩٥ والذي أخذ على عاتقه تأسيس (عالم الرياضيات والعلوم المحضة)، وفي هذه المؤسسة الشهيرة أيضا دراسات وأعمال هلبرت الرياضية التي برزت مابين (١٨٩٥-١٨٨٠) جامعة كوتنجن وهي عبارة عن جامعة صغيرة آنذاك ولها رصانة جيدة في البحث العلمي وخصوصا في النصف الاول من القرن التاسع عشر وكان من ضمن اللامعين فيها آنذاك كلا من كوستاف جوكابي[٤](Carl Gustav Jacobi) وفرانز ارنست نيومان [٥] (Franz Ernst Neumann). وخلال دراسته كطالب حضر هلبرت محاضرات مميزة للرياضي المعروف هاينرخ ويبر[٦] والتي كانت اهتماماته مميزة حول مواضيع (نظريات ذات الحدود المتعددة والقيم البيضوية الهندسية والفيزياء الرياضية)، لكن التأثر الأعمق والاستثنائي لهبرت كان لرياضيين مشهورين هما أدولف هوزفتر وهيرمان مينكوفسكي وهما أيضا صديقان حميمان له.

ولعل منيكو منسكي قضى الفصول الثلاثة في بون قبل ان ينال شهادة الدكتوراه في جامعة كونجسبرغ عام ١٨٨٥ ثم عاد الى بون وبقى هناك حتى عام ١٨٩٤ عندما انتقل الى زيورخ ومن بين الطلاب هناك كان اينشتاين حيث التحق مع هلبرت في جامعة جوتتجن وهناك كان كلا من هلبرت ومينكو فسكي منصبا على الرياضيات الخالصة وايضا الفيزياء في هذا المكان وضع هلبرت بديهياته المعروفة الشهيرة التي نشرت عام ١٨٩٩ وكانت تدور في ذهنة نظرية فيزياوية ليست اقل من اهتمامه في الهندسة والرياضيات وهذا ما طرحة عام ١٩٠٠ (النظام

البديهي للفيزياء تلخص في مسائلة الأربع والعشرين الشهيرة[٧] آنذاك وهي جزء من البرنامج الرصين الذي كان يدور بذهنه حول موضوع العلوم الفيزيائية وفيما يخص مينكو فسكي ومساهمته في الفيزياء فاستعرضت بأعمال مشتركة مع هنريك هيرتز(H.HERTS) في بون وهي بالطبع تتوازى مع اهتمامات وأعمال هلبرت.

الاهتمام الرئيس لكل من هلبرت ومينكوفسكي كان في الفيزياء إلى جانب مجموعة من زملائهم من طلاب كوتنجن، وكان الكل هدفه في عرض التناغم القبلي بين الفيزياء والرياضيات وهذا الاعتقاد ليس غريبا عن دائرة الفكر الألماني وخصوصا في كوتنجن التي أصبحت موضوعا وهدفا معلنا وهذا ملحوظ في محاضرات كلا من هلبرت ومينكوفسكي التي قدمت الدعم لكل رياضي في فكرة " الفيزياء علم صعب ولا يترك بأيدي الفيزيائيين وحدهم "وأيضا شجعت على الرأي القائل بأن التطور الرياضي هو المفتاح لكسف الأسرار في الطبيعة[٨].

يمكن القول أن كلا من هلبرت ومينكوفسكي قد عملوا بحوثا حول النسبية قد سبقت اينشتاين ولكن في النهاية سنقول كل ما كان انما كان من قبيل المصادفة ليس إلا. وسنحاول تسليط الضوء اولا على مساهمات مينكوفسكي في النظرية النسبية

تأثير مينكوفسكي بأينشتاين في نظرية النسبية:

بعد وصول مينكوفسكي إلى جوتنجن أصبح مشاركا بكل الفعاليات العلمية لهلبرت ومن ضمنها الاهتمام بالنظام البديهي الفيزيائي وفي عام ١٨٠٥ عملا معا ومع أساتذة آخرين من جامعة كوتنجن في أنشاء حلقات دراسية تدرس التطورات الحالية للإلكترون وفي عام ١٩٠٧ ولحد مماته (عام ١٩٠٩) ظل مينكوفسكي مكرسا جهده في دراسة معادلات الالكترودينمك وكذلك دراسة ما يسمى بمصادرات النسبية (.postulate of relativity) وقد عمد مينكوفسكي إلى إعادة صياغة النظرية للنسبية الخاصة لآينشتاين في مصطلح البعد الرباعي للزمان والمكان في شكل رائع قدمه في هذا الفضاء الجديد تندمج الأبعاد المكانية الثلاثة المعروفة مع بعد زماني جديد لتشكيل عديد تفرع رباعي الأبعاد لتمثيل الزمان والمكان[٩]

$$x^2 + y^2 + z^2 - (ct)^2,$$

حيث (c) يمثل سرعة الضوء فتقديم مينكوفسكي السابق هو برمجي وليس منهجي فهو يؤكد على احتمالية اشتقاق الاستنتاج المركزي في النظرية بدأ من المبادئ الرياضية وبدون الاعتماد على المعطيات الحسية.

أن أهمية صياغة مينكوفسكي قد تمسك بها فيزيائيين مثل ماكس فون لاو[١٠] وارنولد سمرفيلد[١١]. والأخير تلميذ سابق لكلاين وأراؤه مقاربة لحلقة كوتنجن. ولعل أكثر العلاقة المتقاربة بين اينشتاين ومينكوفسكي كانت من خلال إعجاب اينشتاين بمينكوفسكي بمجال محاضراته حول الميكانيكا التحليلية وكان يعتبره بأنه (شخصية ذو اطلاع واسع) ولو كان يعيب على تدخلات الرياضيين في نظرية النسبية والتي جعلتها مشوشة من ناحية الفهم، لكن أينشتاين أجبر على قبول نتائج مينكوفسكي ونظرته في مفهوم الزمان والمكان له وخصوصا في هذه المعادلة[١٢]:

$$ds^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2 - (cdt)^2,$$

التي نقوم باختزال الأبعاد المكانية الثلاثة إلى اثنين و نتعامل عندئذ مع فضاء ثلاثي الأبعاد: بعدين مكانيين و آخر زماني فتصبح بالشكل التالي:

$$ds2=dx2=dy2-(cdt)2$$

وفي رسالة لآينشتاين في أكتوبر عام ١٩١٢ بعثها إلى سمرفيلد يقول فيها: "إنني حاليا مشغول بحل مشكلة الجاذبية ولكن هناك أمر واحد أنا متأكد منه هو انني لم أشرك الرياضيات سابقا مثلما الآن افعل في القضايا التي تحت يدي ومع تقديري واحترامي العالي لهذا العلم الذي كنت أعتبره علم محض"[١٣].

تأثير هلبرت بأينشتاين حول نظرية النسبية:

في بداية أكتوبر عام ١٩١٢ نشر الفيزيائي الألماني الشهير كوستاف ميه (Gustav Mie)[١٤] سلسلة من المقالات الرياضية يرمي الى تطوير المسائل الرياضية وبنائها، وقد قوبلت نتائج ماي بانتقادات شديدة من قبل اينشتاين في خصوص المعادلات التي تخص الجاذبية. وهلبرت آنذاك كان شغوفا في أنشاء نظرية تعمل كأساس في كل العلوم الطبيعية وفي صيف ١٩١٥ كانت جهوده منصبة في معالجة معادلات النظرية النسبية العامة وقد دعا اينشتاين لمحاضراته في كوتنجن وفي تلك السنة أفاد أينشتاين من لقاء هلبرت في التوصل إلى المعادلات الصحيحة في نظريته النسبية وتحديدا في نوفمبر من تلك السنة وقد زاد تأثير هلبرت بأينشتاين تلك الفترة حيث حاول هلبرت التوفيق بين أفكار اينشتاين وصياغة ماي الرياضية من خلال لقاءاتهم الثنائية معا وعقد للحلقات الدراسية المتعددة، وفي العشرين من نوفمبر في نفس السنة قدم هلبرت صيغة المعادلة النهائية والصحيحة لنظرية النسبية العامة وقبل خمسة أيام من تقديم اينشتاين لها ولكن التاريخ لم ينصف هلبرت بهذا الأمر، وقد انعكس هذا الأمر على

علاقتهما حيث أصبحت مشحونة بسبب الأمر السابق ولكنها ما لبثت ان عادت طبيعية إلى سابق عهدها[١٥].

ولعل معادلة اينشتاين لنظرية النسبية العامة كانت اقرب للفيزياء منها للرياضيات بينما اشتقاق هلبرت كان مبنيا على نظام بديهي وبصيغة التكامل التالي:

$$\int H\sqrt{g}dw$$

حيث الرمز (H) يشير الى القيمة الهاميلتونية المأخوذة من نظرية ماي وقد تشابه عمل هلبرت مع مينكوفسكي في اشتقاقه السابق بغية الوصول الى معادلات أساسية في النظرية والذي يخدم هلبرت في طرح معادلات أساسية في الفيزياء تبدأ بالاعتماد الكامل على الاستدلالات الرياضية دون الحاجة إلى أي تجربة. ولم يقتنع اينشتاين بهذه النتائج التي توصل اليها هلبرت ولم يقبل النتائج التي صاغها وأشتقها هلبرت وهذا مدون في الرسالة التي بعثها اينشتاين الى هيرمان وايل والتي يقول فيها: "ان محاولة هلبرت في هذا الشأن أشبه بطفل صغير يخوض الأدغال الشائكة في عالم واقعي إلى أن يقول بأن القبول بمثل هذه النتائج أمر عسير حيث انها لم تطبق المنهج البديهي كاملا"[١٦].

لكن اينشتاين لم يمانع في الوقت نفسه نتائج هلبرت فيما يخص الفيزياء وبعد خمسة أيام من طرح هلبرت لنظريته في النسبية العامة نشر اينشتاين التعديل الأخير لنظريته في النسبية العامة متأثرا وملخصا لمعادلات ديفيد هلبرت.

الرياضيات عند أينشتاين:

بدأ اهتمام اينشتاين بالرياضيات في بيته وليس في مدرسته وقد ساعده عمه في تعليمه مبادئ الجبر الذي كان يعمل مدرسا للثانوية آنذاك وكثيرا ما كان يُرغبه بهذا العلم واصفا له (بالعلم الجميل) ويقول له أيضا بأننا عندما لا نحظى باصطياد الحيوان نرمز له بالرمز x لحين اصطياده وهذا دفع اينشتاين على حذو هذا المنهج فيحن بلوغه الثانية عشر من عمره دفعه شغفه إلى إيجاد الحلول لكتاب الرياضيات المنهجي قبل الدخول في محاضرات الرياضيات في مدرسته ولكن عندما وصل سن البلوغ كثيرا ما كان يضجر من هذا العلم الذي اصبح من الواجب عليه ان يحضره ويؤدي الامتحانات الفصلية واليومية[١٧].

وللأسف كثيرا ما أقرأ في صفحات الويب وبعض البحوث المنشورة وهي تصف اينشتاين بأنه كان غبيا بالرياضيات عند صغره ؟! وهذا ليس منصفا بحقه فقد يكون مهملا بهذه المادة في صغره ولكنه توفى عبقريا في المعادلات الرياضية التي تركها بعد وفاته. لقد أعتمد اينشتاين

على الإرث الرياضي الكبير الذي تركه نيوتن في مجال الرياضيات وخصوصا في موضوع التغاير ومعامل الارتباط بين مجموعة من المتغيرات (Invariance, , Covariance) والتي تستخدم في الإحصاء والحساب(١٨).

ان ابرز اهتمامات اينشتاين كانت تدور حول الفيزياء النظرية (١٩) وأستعمل الرياضيات في هذا العلم حتى انه في أواخر حياته كرس وقته جله في إكمال نظريته حول المبدأ الشامل(٢٠) الذي يحكم الكون عن طريق المعادلات الرياضية حيث ان كوننا يتحدث بلغة الأرقام ولا سبيل لمعرفة الألغاز التي تحكم الطبيعة الا بالرياضيات ولا مجال لانفكاك الرياضي عن الفيزيائي فالفيزيائي يصيغ نظرياته بالاعتماد على القوانين الرياضية لذا صار لازما من الرياضي والفيزيائي ان يتعاونا معا لإيجاد الحلول فيما يخص الطبيعة فالكون كما كان اينشتاين يعتقد انه مبنيا على الرياضيات فكان يرى ان انجيل افلاطون يلخص خلق الكون بـ: "ان الله قبل ان يخلق الكون خلق الرياضيات ثم خلق بعدها السموات والأرض وطبقا لقوانين الرياضيات". ولعل الله قد جعل القضايا الكونية ألغازا رياضية في انتظار العقل الإنساني الذي سوف يحل جميع هذه الألغاز بواسطة عقله وبالرياضيات طبعا(٢١).

استنتاجات وخلاصة البحث:

لم تكن الرياضيات في نظر اينشتاين في بداية حياته كما قلنا سابقا سوى أداة في خدمة الفيزياء لكن لاحقا تبدلت أفكاره عندما التحق بجامعة كوتنجن في المانيا وكان دور كلا من ديفيد هلبرت ومينكوفسكي مهما في تغيير نظرته ازاء الرياضيات بل ان صياغة نظريته في الجاذبية لم يتوصل إليها الا من خلال الاعتماد على نظرية مينكوفسكي في الزمان والمكان وأيضا نظرية ديفيد هلبرت في النسبية. ويمكننا ان نلخص ما توصل اليه اينشتاين من خلال ما كتبه قبل وفاته وتحديدا بعد تقديمه لنظرية النسبية بما يلي "اي نظرية يمكن استنتاجها من التجربة يجب ان تبدأ من التجربة الى بناء النظرية .المعادلات الرياضية كما هو الحال في المعادلات التي تخص الجاذبية لا يمكن ان تؤسس الا من خلال.الشروط الرياضية والمنطقية والتي تحدد تلك المعادلات بصورة كاملة او على الأغلب كاملة .فحين الالتزام بهذه القواعد الرمزية الكافية سوف يكون من السهل بل القليل من المعرفة لصياغة بناء النظرية (construction of the theory)"(٢٢)-.

هذا التصريح السابق يلخص أهمية الرياضيات في بناء النظرية العلمية عند اينشتاين وهو بالحقيقة عند العلم أيضا. ان الفضل يعود لمدرسة الرياضيات الألمانية في رفد المعرفة العلمية والفيزيائية في العالم ولا تزال لحد الآن تلك المؤسسات العلمية الالمانية العريقة منارا

للباحثين والعلماء فلولاها لم يظهر المنطق الرياضي ولم تتطور الأبحاث المنطقية والرياضية في العالم.

هوامش البحث:

*)*Christa Jungnickel, Russell McCormmach-the intellectual mastery of nature – Univ.chicago press.USA.1986-p170*

*) *RU S S E L L L . H E RMA N-AN INT RODU C T ION TO MATHEMAT I C A L PHY S I C S*-l. herman-USA-٢٠١٠-p٣

١)Einstein.Albert- *Ideas and Opinions*- Crown Publishers-٥th edition –usa-١٩٥٤-p ٢٧٤

٢)*Albert Einstein*. '*Subtle is the Lord…*' *The Science and the Life A.Einstein*-, p. ٣٢٥,

٣) واحد من الرياضيين اللذين ارتبطوا بالهندسة اللاقليدية وقدم نظرية حول ارتباط نظرية المجموعات بالهندسة

٤) واحد من اعظم الرياضيين الألمان ،يهودي الأصل وكانت له مساهمات في الهندسة الاهليجية ونظرية الاعداد

٥) رياضي ألماني له بحوث في الفيزياء الرياضية(١٧٩٨-١٨٩٥)

٦) رياضي ومؤسس الفيزياء السيكولوجية العلم الذي يدرس العلاقة بين المنبهات السيكولوجية والتأثير العقلي لها

٧) راجع مجلة (THE MATHEMATICAL ASSOCIATION OF AMERICA)العدد ١١٠سنة ٢٠٠٣ للمؤلف R¨udiger Thiele عنوان البحث (Hilbert's Twenty-Fourth Problem)

٨) مقولة ديفيد هلبرت الشهيرة وتكملة المقولة ان الرياضيات هي هبة الله للعلم

٩) Albert Einstein-Relativity The Special and General Theory-dec, ١٩١٦ page٣٧

١٠) فيزيائي الماني شهير حاز على جائزة النوبل سنة ١٩١٤ في مجال اشعة اكس

١١) فيزيائي الماني شهير برع في مجال الذرة وفي تطوير الفيزياء الكمية ورشح لثمانين مرة لجائزة نوبل

١٢)) Albert Einstein-Relativity The Special and General Theory-dec, ١٩١٦ page٧٥

١٢) هذه النظرية تنسب لمينكوفسكي تسمى فضاء مينكوفسكي وطرح ميكوفسكي ايضا نظرية الزمكان والتي تتصور الكون على صيغة سبيس تايم (space –time)أو ببساطة ان الكون له اربعة ابعاد ينتهي بالزمن
راجع كتاب:

The Geometry of Minkowski spacetime-Gregory L.naber-springer- New York-١٩٩١- page٩

(١٣) Thibault Damour-once upon Einstein –A.K.peters-USA -٢٠٠٦ –page ٧٩

(١٤) فيزيائي الماني شهير ومن اشهر علماء جامعة كوتنجن في الفيزياء النظرية

١٥) A.J., Klein- The collected papers of Albert Einstein- Vol. ٦- Princeton Uni University

Press.pages ٢٤٥-٢٤٩

١٦) Klaus Mainzer- Symmetries of nature-a handbook for philosophy-gruyter-USA-١٩٨٨ page. Page ٣٦٩.

١٧)Philipp Frank- einstein his life and times-Ryreson press-Canada -١٩٤٧-pages ١٣-١٦

١٨)Hans Reichenbach-from Copernicus to Einstein-philo.library.USA-page ١٠٤

١٩) هي أحد فروع الفيزياء التي توظف النماذج الرياضية والتجريدات للمعادلات الفيزيائية في محاولة لفهم الطبيعة واستخراج القوانين الفيزيائية

٢٠) فكرة حاول اينشتاين التوصل إليها عن طريق القوانين الرياضية التي تحكم العالم والمبدأ الذي يتحكم بهذه القوانين

٢١) Morris Kline-mathematics and the physical world-morris kline-USA-١٩٨١-pages(٤٦٦-٤٦٧)

مصادر البحث:

- *Christa Jungnickel, Russell McCormmach-the intellectual mastery of nature –Univ.chicago press.USA.1986-p170*
- *RU S S E L L L . H E RMA N-AN INT RODU C T ION TO MATHEMAT I C A L PHY S I C S*-l. herman-USA-٢٠١٠-p٣
- Einstein.Albert- *Ideas and Opinions*- Crown Publishers-٥th edition –usa-١٩٥٤-

- ***Albert Einstein. 'Subtle is the Lord…' The Science and the Life A.Einstein-,***
- **THE MATHEMATICAL ASSOCIATION OF AMERICA magazine -٢٠٠٣**
- **) Albert Einstein-Relativity The Special and General Theory-dec, ١٩١٦**
- **The Geometry of Minkowski spacetime-Gregory L.naber-springer-newyork-١٩٩١-**
- **Thibault Damour-once upon Einstein –A.K.peters-USA -٢٠٠٦**
- **A.J., Klein- The collected papers of Albert Einstein- Vol. ٦-Princeton Uni University**
- **Press.pages ٢٤٥-٢٤٩ Mainzer- Symmetries of nature-a handbook for philosophy-gruyter-USA-١٩٨٨**
- **Philipp Frank- einstein his life and times-Ryreson press-Canada -١٩٤٧-**
- **Hans Reichenbach-from Copernicus to Einstein-philo.library.USA-**
- **Morris Kline-mathematics and the physical world-morris kline-USA-١٩٨١**
- **Gerald James Holton- The advancement of science, and its burdens-Iibrary of congress-USA**