

رياضيات الإمام علي بن أبي طالب (عليه السلام)

(599 – 662 للميلاد)

الدكتور عباس علي عبد الرضا

رئيس مركز البحوث والدراسات التربوية / وزارة التربية

في هذا البحث نقدم بعض المسائل الرياضية ما قبل عهد الجبر اي (قبل اكتشاف الجبر من قبل الخوارزمي¹). أن المسائل المذكورة في هذا البحث وجدت منسوبة في كتب التراث الى الإمام علي بن ابي طالب (عليه السلام). وهي تبين مدى اضطلاع علم الرياضيات، في عهد كانت الرياضيات في الجزيرة العربية يكاد يكون تداولها محدوداً وعلى أشخاص يعدون بأصابع اليد، المقدمة:

بدأ الجبر منذ صدوع نجم الخوارزمي عندما وضع كتابه الشهير " الجبر والمقابلة " ² و كان عملاً ممهداً لهذا العلم. وصف الخوارزمي كيف انه قدم حلولاً وبصيغ مختلفة لمعادلات جبرية من الدرجة الثانية مع تقديم البرهان للطريقة التي يستخدمها، ولم يكتف بذلك، بل ذهب الى انشاء معادلة تمثل التبسيط لحل المسألة الجبرية، وقال لويس شارلز كاربينسكي في كتابه عن الخوارزمي : " بأن الخوارزمي هو الأستاذ الكبير في عصر بغداد الذهبي إذ أنه أحد الكُتّاب المسلمين الاول الذين جمعوا الرياضيات الكلاسيكية من الشرق والغرب، مُحفظين بها حتى افادت منها أوروبا المتيقظة آنذاك. أن لهذا الرجل معرفة كبيرة ويدين له العالم بمعرفتنا

¹مُحمّد بن موسى الخوارزمي في بغداد فيما بين سنة 164 وسنة 235 هجرية (الموافق 780-850 ميلادية) وثوّفي هناك، وقد برز في زمن حكم المأمون، ولمع في علم الرياضيات والفلك حتى عينه المأمون رئيساً لبيت الحكمة.

²Karpinski, L. C. (1915): Latin Translation oh the Algebra of Al-Khwarizmi. The MacMillan Company: New York, London.

الحالية لعلمي الجبر والحساب".³ الخوارزمي في كل محاولاته، استطاع ان يتعرض الى عملية الضرب والقسمة في صيغ رياضية تدخل فيها المجاهيل لأيجادها اقيامها بحركة أطلق عليها الجبر والمقابلة. لقد تعلم الأوربيون الجبر، ومن دون أدنى شك، من اعمال الخوارزمي. يقول العالم الرياضي الفرنسي (Viète) : " وحتى الآن كان الجبر والمقابلة⁴ ذلك الفن العظيم الذي هو كقطعة الذهب الذي لا يمكن اخفائها لبريقها، فقد عرفه علماء الرياضيات من استخدامهم لهذا الفن".⁵ وقد أشار (Cardan) العالم الرياضي الايطالي: " إن هذا الفن نشأ مع محمد بن موسى الخوارزمي".⁶ وقد سجل لنا التاريخ، أن اسس علم الجبر جاءت من كتاب (الجبر والمقابلة) لمحمد بن موسى الخوارزمي والذي منه اشتقت كلمة (Algebra) الى اللغة الانكليزية. أن جبر الخوارزمي له فترة حضانة طويلة تبدأ من الرياضيات البابلية ومرورا بالعصر الذهبي للهندسة الانشائية في عصر اقليدس. علماً ان مستوى الرياضيات قبل الخوارزمي كان يتعامل مع الالغاز والحزورات. ومن الامور التي تستحق الملاحظة في هذا المجال أن هناك عددا من المسائل الرياضية المنسوبة للإمام علي بن أبي طالب (ع) مثيرة للإهتمام إذ انها ذات طبيعة جبر ما قبل الخوارزمي. إلا أن (King)⁷ و (Berggren)⁸ قد ادخلا معلومات الى تاريخ الرياضيات مقتسبة من دون ذكر مصدرها بخصوص مسألة منسوبة الى الامام علي بن ابي طالب (ع). على الرغم من ان كتب التراث العربية القديمة والحديثة قد ذكروا تلك المسائل تحت عنوان "رياضيات الامام علي"، وانها من محاولاته الرائعة في

³ نفس المصدر أعلاه

أن الجبر يُقصد بها إضافة حثود موجبة تساوي في كميتها الحدود السالبة إلى طرفي المعادلة. أمّا المقابلة فتعني جمع الحدود المتشابهة.⁴

⁵Fauvel, J. & Gray, Jeremy (1998) Ed: The History of Mathematics. MacMillan Press in Association with the Open University: London, Hong Kong.

⁶ نفس المصدر أعلاه.

⁷ King, A. David (1988): A Medieval Arabic Report on Algebra before Al-Khwarizmi. AMasaq, vol. 1, pp. 25-32.

⁸ Berggren, J. Lennart (1997): Mathematics and her Sisters in Medieval Islam: A Selective of Work Done from 1985 to 1995, HistoriaMathematica, vol. 24, pp. 407-440.

رياضيات ما قبل الجبر. فقد رصد الباحث في كتب التراث ست من تلك المسائل التي حيرت العقول حتى اكتشاف الجبر من قبل الخوارزمي.

الجبر و الحساب عند الامام علي بن ابي طالب (ع):

عثر الباحث مؤخرا و من خلال تقرير كتبه (David King) في مجلة المساق اللندنية والذي أشار فيه: ان المكان الذي بدأ به الجبر في العصر الاسلامي كان منذ بدايات القرن الاول الهجري/ السابع الميلادي. وعلى هذا فوجد الباحث انه من الضروري عرض بعض فقرات هذا التقرير لما له علاقة مع موضوع البحث حول جبر الامام علي ابن ابي طالب (ع) قبل جبر الخوارزمي. و هذا التقرير عن الجبر والمقابلة في القرن السابع الميلادي موجود في مخطوطة تم نسخها في اليمن في 1008 هجري / 1600 للميلاد وقد حفظت في حيدرآباد، تتحدث عن الجبر والمقابلة طوال فترة العصور الوسطى حيث لم يكن للرياضيات شهرة بين الناس. ويقول (David King) : أن المخطوطة الاصلية كان قد كتبها عالم يماني في القرن السابع الهجري، يدعى الخزاعي.⁹ وتكتسب هذه المخطوطة اهمية لأنها انطوت على معلومات عن الجبر والمقابلة عند شخص معروف وهو صهر وابن عم النبي محمد، ألا وهو علي بن ابي طالب الذي كان الخليفة الرابع للمدة (35-40 هـ / 656-661 م)، والذي عنه وصل تراث يعبر عن براعته وابداعاته في مجالات كثيرة. إن الذي يهمنا من الموضوع ان الخوارزمي¹⁰ لم يُشر في مقدمة كتابه (الجبر والمقابلة) عن المعلومات التي وردت في تلك المخطوطة التي كتبت في القرن السابع الميلادي، أي قبل اكتشافه للجبر بمائة عام او أكثر، ولم يعدها احد مصادر كتابه الشهير. لكنه مجرد أشار الى انه كتب (الجبر والمقابلة) بأمر من الملك العباسي المأمون بن هارون الرشيد (198-218 هـ / 813-833 م). وما يؤيد محتوى التقرير، أن الامام علي بن طالب (ع) كانت لديه معرفة كبيرة عن الجبر والمقابلة في

⁹ ليس هناك معلومات متوفرة حالياً عن سيرته الذاتية.

¹⁰ محمد بن موسى الخوارزمي عالم **رياضيات**، وفلك، وجغرافية، ولد في **خوارزم** سنة 780، اتصل بالملك العباسي **المأمون** وعمل في بيت الحكمة في **بغداد** وكسب ثقة الملك إذ ولاه المأمون بيت الحكمة، وقبل وفاته في 85م/232 هـ كان الخوارزمي قد ترك العديد من المؤلفات في علوم الفلك والجغرافية من أهمهم كتاب الجبر والمقابلة الذي يعد أهم كتبه وقد ترجم الكتاب إلى **اللغة اللاتينية** في سنة **1135 م** وقد دخلت على إثر ذلك كلمات مثل الجبر Algebra والصفر Zero إلى اللغات اللاتينية. راجع كتاب مجالات تطبيق الرياضيات في الفقه الاسلامي، الفصل الخامس.

عصر لم يكن هذا العلم معروفاً في الجزيرة العربية. وننقل أدناه هذه الفقرة من التقرير وكما وردت في المخطوطة المحفوظة في خزانة حيدرآباد:

((...حدثني الفقيه الأجل أبو بكر ابن محمد اليفرشي بزبيد [في اليمن]، قال : يُروى أن قوماً من فارس وصلوا [المدينة المنورة]¹¹ في خلافة عمر بن الخطاب [إدعَوْ] بعلم الجبر والمقابلة، فأشار علي بن ابي طالب رضي الله عنه على عمر بن الخطاب بأن يجري لهم نفقة من بيت المال ويعلمون [يعلمونه] الناس، فأجابه [ال خليفة] الى ذلك. فيروى أن علياً رضي الله عنه أدرك ما معهم من الجبر والمقابلة في خمسة أيام، ثم كان الناس بعد ذلك يتداولون هذا العلم بالسنتهم من غير ان يوضع في كتاب حتى إنتهت الخلافة الى المأمون، وقد إندرس [هذا العلم] فذكر ذلك عند المأمون، فسأل عن من له خبرة، فلم يوجد من له خبرة غير الشيخ ابو بكر [الاصح هو ابو عبدالله] محمد بن موسى الخوارزمي. فطلب المأمون منه وضع [أي تأليف] كتاب في الجبر والمقابلة ليحي به ما دُرِسَ منه، فاجاب الى وضع هذا الكتاب ليقيد به [ليسجل به] أصول الجبر والمقابلة ويقاس عليه..¹²)).

ولا يعتقد (David King) ان هذا التقرير في المخطوطة اليمنية من تليفق من اتباع الامام علي ابن ابي طالب (ع)، ولا يبدو فيها افتراء من هذه الفئة، ولو كان كذلك لضمنوه في كتاب نهج البلاغة، الذي هو عبارة عن مجموعة من الخطب والمواعظ و الرسائل، واقوال الحكمة والتي تنسب إليه. ويستند (David King) الى أن الذين رويًا ذلك التقرير هما من الطائفة السنية، وهما العالم اليمني الخزاعي الذي يروي عن الفقيه ابو بكر بن محمد اليفرشي وكان احداث ذلك في زبيد¹³، بدليل انهما أحقا بعد ذكر اسم علي بن ابي طالب بـ (رضي الله عنه)، وهذا ما لا يفعله أتباعه من الشيعة، حيث انهم يلحقون باسمه بـ (عليه السلام). ويذكر (David King) في نهاية تقريره انه و اثناء زيارته لمدينة زبيد في اليمن عام 1974 فوجد ان هناك ثمرة اعتقاد، وفي أسطورة شعبية في اليمن، التي سمعها عدة مرات خلال زيارته، ومفادها: " أن الجبر أخترع في زبيد "، و حالياً لها رواج في اليمن و التي

¹¹ الاقواس في النص هي من اضافة الباحث لتوضيح المعنى أكثر.

¹² King, A. David (1988): A Medieval Arabic Report on Algebra before Al-Khwarizmi. Al-Masaq, vol. 1, pp. 26.

¹³ زبيد مدينة معروفة في اليمن وكان فيها مركز مهماً للتعليم في القرن السابع الهجري (626-658 هـ/ 1229-1454م).

تحدث أيضاً عن أصل الجبر إنما كان قد اكتسبه زبيد من علي بن ابي طالب (ع)، على الرغم من انه لم يقم ولو بزيارة واحدة لليمن، و كان ذلك في السنة 9 هـ / 630 م، أثناء خلافة عمر بن الخطاب و الذي كان نشاطه محصوراً بين مكة المكرمة والمدينة المنورة. ولكن الباحث لا يتفق مع (David King) من أن الامام علي بن ابي طالب (عليه السلام) لم يقم بزيارة لليمن، بل أن المصادر التاريخية تشير الى ان رسول الله (ص) كان قد بعثه الى اليمن للقضاء والمواريث: فقد روى الكل ان رسول الله (ص) قد بعثه الى اليمن¹⁴ قاضياً وقد دعى له بقوله: ((اللهم اهدي قلبي وثبت لسانه))، قال الامام علي : فما شككت بعدها في قضاء بين اثنين. وذكر ابن الدمشقي¹⁵ : وقد بعث النبي صلى الله عليه وسلم علياً إلى اليمن قاضياً، فقال: يا رسول الله بعثتني أقضي بينهم وأنا شاب لا أدري ما القضاء فضرب النبي صلى الله عليه وسلم صدره وقال: اللهم أهده وثبت لسانه قال: فوالذي فلق الحبة وبرأ النسمة ما شككت في قضاء بين اثنين، رواه أبو داود وقال: صحيح الإسناد.¹⁶ وهناك رواية أخرى ذكرها صاحب كتاب أعيان الشيعة¹⁷ تؤكد أن الامام علي بن ابي طالب (ع) قد حلَّ في اليمن لمنصب القضاء: ((يُقال : إنه رُفِعَ للإمام علي بن أبي طالب (عليه السلام)، و هو باليمن، زُبِيَّة¹⁸، حُفرت لأسدٍ فوقَ فيها، فوقف على شفير الزببية رجل فزلت قدمه فتعلق بأخر و تعلق الآخر بثالث و تعلق الثالث برابع فافترسهم الأسد. فقضى [الإمام] أن الأول فريسة الأسد و على أهله ثلث الدية للثاني، و على أهل الثاني ثلثا الدية للثالث، و على أهل الثالث الدية الكاملة للرابع. فبلغ ذلك رسول الله (صلى الله عليه و آله) فقال : لقد قضى أبو الحسن فيهم بقضاء الله عزَّ و جلَّ فوق عرشه.

و رويت هذه الحادثة بصور أخرى و هي أن الزببية لما وقع فيها الأسد أصبح الناس ينظرون إليه و يتزاحمون و يتدافعون حول الزببية فسقط فيها رجل و تعلق بالذي يليه و تعلق الآخر بالآخر حتى وقع فيها أربعة فقتلهم الأسد. فأمرهم أمير المؤمنين (عليه السلام) أن يجمعوا

¹⁴ أغلب الظن كان قد بعثه الى زبيد، اعتماداً على التقرير الذي نقله كنعك ديفيد من المخطوطة.

¹⁵ ابن الدمشقي، شمس الدين ابي البركات محمد بن احمد : جواهر المطالب في مناقب علي (رض). 76/1.

وكذلك انظر: كتاب الانتصار للعالمي، ج6، ص312.

¹⁶ سنن أبي داود ج:2 ص160 ح3582 باب: كيف القضاء.

¹⁷ محسن الأمين، أعيان الشيعة : دار المعارف، المجلد الاول، ص 411.

¹⁸ الزببية : هي حفرة تحفر للأسد سميت بذلك لأنهم كانوا يحفرونها في موضع عال. انظر المنجد في اللغة: باب الزاي.

ديّة تامة من القبائل الذين شهدوا الزبية ونصف دية و ثلث دية و ربع دية، فأعطى أهل الأول ربع دية من أجل أنه هلك فوّه ثلاثة، و أعطى أهل الثاني ثلث الدية من أجل أنه هلك فوّه اثنان و أعطى أهل الثالث النص فمن أجل أنه هلك فوّه واحد، و أعطى أهل الرابع الدية تامة لأنه لم يهلك فوّه أحد فأخبروا رسول الله (صلى الله عليه و آله) فقال : هو كما قضى .
و الظاهر أنهما واقعتان، ففي الرواية الأولى أن الأول زلّت قدمه فوقع ولم يرمه أحد، و فبالرواية الثانية أن المجتمعين تراحموا و تدافعوا فيكون سقوط الأول بسببهم و لذلك اختلف الحكم فيها.

ان ما نستخلصه من هذا التقرير والروايات التي وردت في التراث، أن الامام علي بن طالب (عليه السلام) كانت لديه الخبرة و المعرفة التامة بالجبر والمقابلة، بدليل انه جلس مع علماء فارس في الجبر والمقابلة، خمسة ايام فادرك منهم انهم علماء بهذا الفن من الرياضيات، ومن المعروف (ان الذي يُخبر عن شخص انه عالمٌ في فن من الفنون هو بالضرورة أعلم منه)، لأنه غلبه في العلم فكان أعلم منه.¹⁹، فيبدو أن الإمام علي (عليه السلام)، كان خبيراً²⁰ في هذا العلم، فهو بعلمه وبخبرته أخبر خليفة المسلمين عمر بن الخطاب عن الجبر والمقابلة الذي كان عندهم. والخبرة التي لديه هي أبلغ من العلم لأنها علمٌ وزيادة، لانه كان على علم ببيان خصائص الجبر والمقابلة و له الدربة في تجريبه وامتحانه، فأحاط بتفاصيله الدقيقة وألمّ بخصائصه اللصيقة ووصفه على حقيقته، بدليل انه اقترح على الخليفة ان يجري لهم راتباً من بيت المال ويعلمونه الناس لما له من اهمية في تحقيق متطلبات الشريعة من الرياضيات.²¹ وتلك الميزة ليست ببعيدة عنه عليه السلام، فقد ذكر لنا اغلب من كتب عن علمه (عليه السلام) بانه : هو الذي عنده العمق بالعلوم، وكان دائماً اشمل من غيره من الصحابة، وكانت له السعة في معظمها، وعنده القابلية في الاجابة السريعة والمباشرة لكل سؤال وبدون انتظار وتروي، لما كان عنده من رصيد معرفي ربّاني. و هو الذي تربي في أحضان النبوة و نهل علمه منها، حيث يقول الرسول الكريم محمد (صلى الله عليه و آله) عنه : ((أنا مدينة العلم و

المنجد في اللغة : باب الخاء¹⁹

²⁰الخبير في اللغة على وزن فعيل، هذا الوزن يدل على المبالغة، إذاً الخبير من صيغ المبالغة فعله خَبَرَ يَخْبُرُ خُبْرًا، وخبرت بالأمر أي علمته، هناك من أعلمني به. راجع لسان العرب.

²¹عباس علي عبدالرضا، مجالات تطبيق الرياضيات في الفقه الاسلامي، الفصل الثالث : دار العباد، بغداد،

علي بابها، فمن أراد العلم فليأت بابها))²² وفي هذا المقام يقول عباس محمود العقاد : فقلّ أن نسمعنا بعلم من العلوم الإسلامية أو العلوم القديمة لم ينسب إليه [أي للإمام علي]، و قلّ أن تحدث الناس بفضل لم ينحله إياه، و قلّ أن يوجه الثناء بالعلم إلى أحدمن الاول إلا كانت له مساهمة فيه²³ .. فصار عالماً متمكناً في علوم متعددة من ضمنها علمه بالجبر والحساب التي تخص توزيع الارث وتحصيل الزكاة التي لا تحل إلا باستعمال الكسور. و في هذا المقام يقول ايضاً : و في أخباره، مما يدل على علمه بأدوات الفقه كعلمه بنصوصه وأحكامه. و من هذه الأدوات علم الحساب الذي كانت معرفته به أكثر من معرفة فقيهيته صرف في معضلة الموارد، لأنه كان سريع الفطنة إلى حيثه التي كانت تعدّ في ذلكالزمن ألغازاً تكّد في حلها العقول²⁴.

المسائل الجبرية-الحسابية المنسوبة للإمام علي (ع):

تحاول في هذه الدراسة أن نبين إبداعات الإمام علي(عليه السلام) و براعته في علم الجبر والحساب من خلال النظر في مسائل كان قد حلها بسرعة و دقة تامة، مما يدل على تضلعه بعلم الجبر والحساب آنذاك:

المسألة الأولى : (تقاسم الحصص):

[جلس رجلان يتغذيان، وكان مع أحدهما خمسة أرغفة ومع الآخر ثلاثة أرغفة، فلما وضعوا الغذاء بين أيديهما مرّ رجل فسلم. فقالا : اجلس للغداء. فجلس وأكل معهم، وأتوا في أكلهم على الأرغفة الثمانية، فقام الرجل وطرح إليهما ثمانية دراهم وقال : خذا هذا عوضاً عما أكلت كما ونلته من طعامكما. فتنازعا، وقال صاحب الأرغفة الخمسة :لي خمسة دراهم ولك ثلاثة.فقال صاحب الثلاثة أرغفة : لا أرض إلا أن تكونالدراهم بيننا نصفين. وترافعا إلى أمير المؤمنين علي (ع) فقضا عليها قصتهما، فقال لصاحب الأرغفة الثلاثة :عرض عليك صاحبك ما عرض، وخيزه أكثر من خبزكفارض بالثلاثة، فقال : لا والله لا رضيت منه إلا الصواب. حر الحق أي خالصه. فقال علي (ع) : ليس لك في حر الحق إلا درهم واحد وله سبعة دراهم.

²²عز الدين ابن الأثير الجوزي (1994)، أسد الغابة في معرفة الصحابة " تحقيق علي محمد عوض، دار الكتب العلمية، بيروت : 4 / 95

²³عباس محمود العقاد (1967) " عبقرية الإمام علي " دارالكتاب العربي، بيروت : 190.

²⁴المصدر السابق، ص 196.

فقال الرجل : سبحان الله يا أمير المؤمنين، هو يعرض علي ثلاثة، فلم أرض، وأشرت علي بأخذها فلم أرض، وتقول لي الآن انه لا يجب لي في حر الحق إلا درهم واحد !. فقال علي (ع) : عرض عليك صاحبك أن تأخذ الثلاثة صلحاً، فلم ترض إلا بحر الحق، ولا يجب لك بحر الحق إلا درهم واحد. فقال الرجل : عرفني بالوجه في حر الحق حتى أقبله. فقال علي (ع) : أليس للثمانية أرغفة (أربعة وعشرون ثلثاً) أكلتموها أنتم الثلاثة، ولا يُعلم منكم الأكثر أكلاً ولا الأقل فتحمّلون في أكلكم على السواء. فقال : بلى يا أمير المؤمنين. فقال علي (ع) : (فأكلت أنت ثمانية أثلاث، وليس لك إلا تسعة أثلاث، وأكل صاحبك ثمانية أثلاث، وليس له إلا خمسة عشر ثلثاً، أكل منها ثمانية فيبقى له سبعة، وأكل لك ثالثكما واحد من تسعة ولصاحبك سبعة من خمسة عشر، فلك واحد بواحدك، وله سبعة بسبعته. فقال الرجل : رضيت الآن]²⁵

الحل التقليدي لهذه المسألة: يتبين لنا أن الامام علي بن أبي طالب (ع) قد ارتجل الحل الرياضي لهذه المسألة من دون تحضير مثل ما يفعله الرياضيون في طريقة حلهم للمسائل الرياضية، وليس غريباً عليه فهو باب مدينة العلم. و الاجراءات الآتية هي محاولة لحل المسألة بالطريقة التقليدية: من المعلوم ان ثلاثة رجال كانوا قد أكلوا ثمانية أرغفة من الخبز، فذلك: فان كل رجل قد أكل $2 \frac{2}{3} = \frac{8}{3}$ (رغيف) وهذا يعني ان الرجل صاحب الخمس أرغفة كان قد أكل من ارغفته (رغيفين و $\frac{2}{3}$ من الرغيفة). فالذي بقي من حصته البالغة خمسة أرغفة = $5 - 2 \frac{2}{3} = 2 \frac{1}{3}$ (رغيفان و ثلث الرغيف). وبنفس الطريقة للرجل الثاني، صاحب الثلاث أرغفة، والذي أكل ايضاً (رغيفين وثلثا الرغيف). لذا فإن الذي تبقى من حصته البالغة ثلاثة أرغفة = $3 - 2 \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$ (الباقى ثلث رغيف فقط). وكذا الحال بالنسبة للرجل الثالث (صاحب الدراهم)، فهو أكل ايضاً $(2 \frac{2}{3})$ رغيف، وهذا يعني انه قد أكل من رغيف الرجل الاول ما مقداره $(2 \frac{1}{3})$ رغيف، ومن رغيف الرجل الثاني ما مقداره $(\frac{1}{3})$ رغيف. وهذا يعني الدراهم الثمانية يجب ان تقسم بالنسب الآتية: $2 \frac{2}{3} : \frac{1}{3}$ أو $\frac{7}{3} : \frac{1}{3}$ ، و بما أن مقام النسب هو 3،

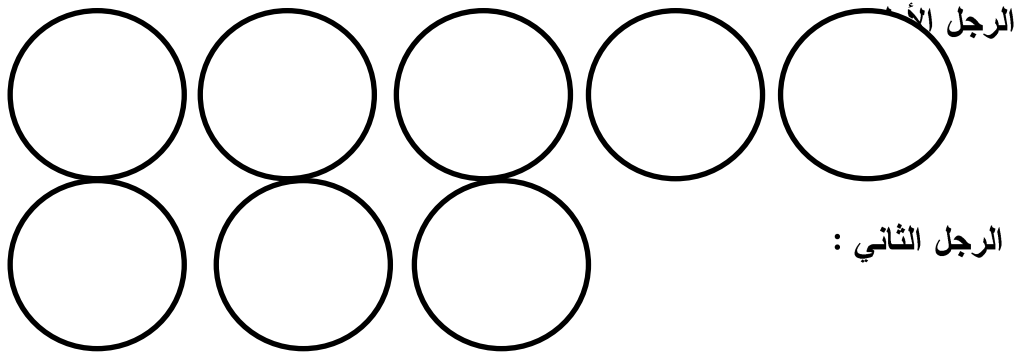
²⁵التستري، محمد تقي : قضاء امير المؤمنين علي ابن ابي طالب (599-662م) : مطبعة الحيدري، النجف - العراق.

فيمكن تمثيلها بالصيغة الآتية: $\frac{7}{1} = \frac{3}{1} \times \frac{7}{3} = \frac{7}{3} \times \frac{1}{1}$ ، إذن فالصيغة النهائية لـ $\frac{7}{3} : \frac{1}{3}$ هي $1:7$.

بما ان مجموع الحصص $= 1 + 7 = 8$ ، فبموجب قاعدة تقسيم الحصص فإن $\frac{8 \text{ دراهم}}{8 \text{ حصص}} = 1$

درهم لكل حصة وبما أن الرجل صاحب الخمسة أرغفة كان مجموع حصصه $= 7$ ، وهذا يعني: انه يستلم $(7 \text{ حصص}) \times (1 \text{ درهم}) = 7 \text{ درهم}$ ، بينما الرجل صاحب الثلاثة أرغفة يستلم $(1 \text{ حصة}) \times (1 \text{ درهم}) = 1 \text{ درهم}$.

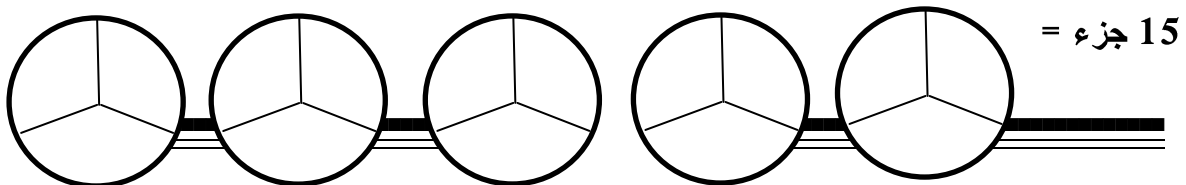
حل آخر للمسألة: كما ملاحظ ان المحاولة أعلاه اعتمدت على استعمال الكسور، إلا ان تلك الطريقة وان كانت مفهومة لدى طلبة المرحلة الثانوية، لكنها قد لا تكون كذلك مع تلاميذ المرحلة الابتدائية، فعلموا هذه المرحلة يفضلون طريقة رسم المسألة الرياضية. فلنمثل كل رغيفة خبز بدائرة مناسبة قطرها وحدة واحدة. لذا فإن: الرجل الاول، صاحب الخمسة أرغفة تمثل بخمسة دوائر، والرجل الثاني صاحب الثلاثة أرغفة تمثل بثلاث دوائر. لاحظ شكل (1).

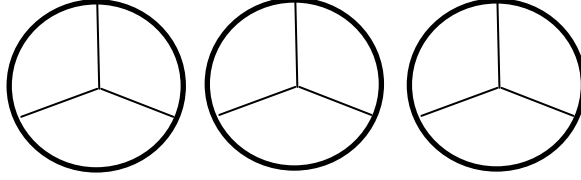


شكل (1) يبين تمثيل الارغفة بدوائر اقطارها وحدة واحدة.

على فرض أن الثلاثة قد أكلوا بالتساوي، وهذا يعني، علينا ان نقسم كل دائرة الى ثلاثة قطاعات متساوية. فعليه، فالرجل الاول قد ساهم بخمسة عشرة جزءاً متساوية، بينما الرجل ساهم بتسعة اجزاء متساوية ايضاً للأجزاء التي قدمها الاول.

لاحظ شكل (2).





= 9 أجزاء

شكل (2) يبين الحصص التي ساهم فيها كل رجل.

إذن، فمجموع الأجزاء = 15 جزء + 9 جزء = 24 جزء (على فرض أن كل الأجزاء متساوية و وكل جزء يساوي ثلث الدائرة). وكل رجل من الرجال الثلاثة قد أكل من الأجزاء = $8 = \frac{24}{3}$ أجزاء (أو ثمانية أثلاث). وهذا يعني أن الرجل الأول قد ساهم = $7 = 8 - 15$

أجزاء (أو سبعة أثلاث) للرجل الثالث (الضيّف)، بينما ساهم الرجل الثاني = $1 = 8 - 9$ جزء (أو ثلث واحد فقط) للرجل الثالث. لذلك فإن الثمانية دراهم يجب ان تقسم للرجلين على اساس عدد الأجزاء التي ساهم كل واحد منهم في حصة الرجل الثالث. فعليه، وعلى اساس ذلك، الرجل الأول ينبغي ان يأخذ (7) دراهم، والرجل الثاني يأخذ (1) درهم. هذا ما حكم به الامام علي بن ابي طالب (عليه السلام) للرجلين.

المسألة الثانية : (الجمال السبعة عشر):

فبكتاب (مشكلات العلوم) للنراقيو عن شرح بديعة ابن المقرئ أنه جاء إلى أمير المؤمنين (عليه السلام) ثلاثة رجال يختصمون في سبعة عشر بغيراً. أولهم يدعي نصفها و ثانيهم ثلثها، وثالثهم تسعها. فاحتاروا في قسمتها، لأن في ذلك سيكون كسراً (أي جزء من بغير). فقال (عليه السلام) : أترضون أن أضع بغيراً مني فوقها و أقسمها بينكم، قالوا : نعم، فوضع (عليه السلام) بغيراً بين الجمال، فصارت ثمانية عشر، فأعطى الأول نصفها و هو تسعة، و أعطى الثاني ثلثها و هو ستة، و أعطى الثالث تسعها و هو اثنان و بقي بغير له. ²⁶ لماذا كذلك ؟ لأن مجموع الكسور الثلاثة (1/9، 1/3، 1/2) لا يساوي واحد، ولذلك نحتاج لأضافة : 1/18

²⁶المصدر السابق، و ايضاً : احمد أمين (1964): التكامل في الاسلام، دار الكتب، النجف، قم، بيروت، المجلد 2 و 5.

$$1 = \frac{18}{18} = \frac{1+2+6+9}{18} \quad 1 = 1/18 + 1/9 + 1/3 + 1/2$$

شرح الحل: في أول وهلة، و لهكذا نوع من الاسئلة، قد يهتدي أحدنا الى حل غير منطقي (funny solution)، وبالنحو الآتي: حصة المدعي الأول من الجمال = $17 \times \frac{1}{2} = 8 \frac{1}{2}$

$$\text{جمل، حصة المدعي الثاني من الجمال} = 17 \times \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

$$\text{5 جمل، حصة المدعي الثالث من الجمال} =$$

$$17 \times \frac{1}{9} = 1 \frac{8}{9} \text{ جمل. فتكون مجموع}$$

الحصص الموزعة على المدعين الثلاثة = $8 \frac{1}{2}$ جمل + $5 \frac{2}{3}$ جمل + $1 \frac{8}{9}$ جمل = $16 \frac{1}{8}$ جمل،

فالمجموع اذن 16 جمل وثمان الجمل، اي أن الذي بقي من الـ 17 جمل = $17 - 16 \frac{1}{8} = \frac{1}{8}$

16 جمل = $\frac{17}{18}$ من الجمل الواحد، والذي يقسم بينهم بحسب النسب المساهمة: المدعي الأول =

$$\frac{1}{2} \times \frac{17}{18} \text{، والمدعي الثاني} = \frac{1}{3} \times \frac{17}{18} \text{، والمدعي الثالث} = \frac{1}{9} \times \frac{17}{18} \text{. ومن المعروف أن لا أحد من}$$

المدعين الثلاث يرضى أن يُنحر بغيره بهذه الطريقة، فضلاً عن ذلك ان هكذا نوع من القسمة لا توصلنا الى نتيجة نهائية.

ولكن من الممكن ان نوضح حل الامام علي بن ابي طالب (عليه السلام) باستعمال طريقة

التقسيم التناسبي (Proportional Division)، لإيجاد حصص المدعين الثلاث متوافقاً ما

اتخذه الامام (عليه السلام) من خلال الإجراء رياضي الآتي : مجموع نسب الحصص = $1/2 =$

$$= \frac{1/2 \times 17}{17/18} = \frac{17}{18} = \frac{2+6+9}{18} = 1/9 + 1/3 +$$

$$\frac{17/3}{17/18} = \frac{1/3 \times 17}{17/18} = 9 \text{ جمل، نسبة حصة المدعي الثاني} = \frac{18}{2} = \frac{17}{2} \times \frac{18}{17/18} = \frac{17/2}{17/18}$$

$$\frac{17}{9} = \frac{17/9}{17/18} = \frac{1/9 \times 17}{17/18} = 6 \text{ جمل، نسبة حصة المدعي الثالث} = \frac{18}{3} = \frac{17}{3} \times \frac{18}{17} =$$

$$2 \text{ جمل. أن الحل الذي وضعه الامام علي (ع) لمسألة الجمال هذه، بقسمته}$$

للجمال الـ 17 بين المدعين الثلاث من دون نحر واحد من الجمال، لعله كان إجراء رياضي

غير مفهوم لإنسان القرن السابع الميلادي، لأنه كان يتعامل مع كسور وليس اعدادا صحيحة، و لايمكن له حتى التخيل كيف تمت عملية قسمة الكسور بالطريقة التي يفهما الانسان اليوم. ولكن التاريخ يروي لنا ان الامام علي ابن ابي طالب (عليه السلام) قد ارتجل الحل وليس لأكثر من دقيقتين.

و الآن وبعد تطور الرياضيات ممكن لنا أن نفهم كيف أجرى الامام (عليه السلام) جمع وقسمة تلك الكسور في ذهنه. فالامام (عليه السلام) قام اولاً بمحاولة جمع تلك الكسور (نسب الحصى)، ثم وجد المضاعف المشترك الاصغر) لمقاماتها (The Least Common Denominator, LCD). ويُعرّف المضاعف المشترك الاصغر بأنه : المضاعف المشترك الأصغر هو أقل عدد يقبل القسمة على مجموعة من الاعداد بدون باقي، و لا يمكن جمع الكسور الاعتيادية إلا بعد توحيد مقاماتها²⁷، وذلك بإيجاد المضاعف المشترك الأصغر للمقامات و كتابة الكسور من جديد بمقامات مساوية للمضاعف المشترك الاصغر، و بسط كل كسر يساوي حاصل قسمة المضاعف المشترك الاصغر على المقام الأصلي مضروباً في البسط الأصلي، ثم تجري عملية الجمع على البسوط فقط و يبقي المقام نفسه للنتائج²⁸. ففي هذه

الحالة : $\frac{1}{3 \times 3} + \frac{1}{3 \times 1} + \frac{1}{2 \times 1} = \frac{1}{9} + \frac{1}{3} + \frac{1}{2}$ ، فالمضاعف المشترك الأصغر

$$+ \frac{6}{18} + \frac{9}{18} = \frac{2+6+9}{18} = 18 = 3 \times 3 \times 2 =$$

$$\frac{2}{(17+1)} + \frac{6}{(17+1)} + \frac{9}{(17+1)} = \frac{2}{18}$$

رواية أخرى للمسألة:

ووردت في التراث رواية اخرى لهذه المسألة، ولعلها حالة ثانية وردت الى دار القضاء للإمام علي بن ابي طالب (عليه السلام)، وهي كما يلي:

[أنه جاء الى دار القضاء في الكوفة ثلاثة رجال يختصمون في تسعة عشر بغير الى الامام علي بن ابي طالب (ع). أولهم يدعي نصفها و ثانيهم ربعها، وثالثهم خمسها. فاحتاروا في

²⁷توحيد المقامات هو مفهوم رياضي لتسهيل جمع أو طرح الكسور.

²⁸كتاب الرياضيات للصفوف الثانوية.

قسمتها كل حسب حصته وبدون باقي، لأن في ذلك سيكون كسراً (أي جزء من بغير). فقال (عليه السلام) : أترضون أن أضع بغيراً مني فوقها و أقسمها بينكم، قالوا : نعم، فوضع (عليه السلام) بغيراً بين الجمال، فصارت عشرين جملاً، فأعطى الأول نصفها و هو 10، و أعطى الثاني ربعها و هو 5، و أعطى الثالث خمسها و هو أربعة و بقي بغير له، فأمر الامام حاجبه بان يرجع بغيره الى مكانه.

كما هو معلوم ان المضاعف المشترك الاصغر لهذه المسألة هو كما يلي:

$$\frac{1}{5 \times 1} + \frac{1}{2 \times 2} + \frac{1}{2 \times 1} = \frac{1}{5} + \frac{1}{4} + \frac{1}{2}$$

ويساوي $20 = 5 \times 2 \times 2$ ، والذي هو

(19 جمل + 1 جمل)، ثم بعد توحيد المقامات نحصل على:

$$\frac{4}{(19+1)} + \frac{5}{(19+1)} + \frac{10}{(19+1)} = \frac{4}{20} + \frac{5}{20} + \frac{10}{20} = \frac{10+5+4}{20}$$

وبموجب ذلك سيحصل المدعي الاول على عشرة جمال، والمدعي الثاني على خمسة جمال، والمدعي الثالث على أربعة ج

مال. والمجموع هو تسعة عشر جملاً هو ذات العدد المتخاصم عليه من دون نقصان او زيادة ومن دون كسر باقٍ و.

باستعمال طريقة التقسيم التناسبي (Proportional Division) ممكن توضيح المسألة:

$$\frac{19}{20} = \frac{10+5+4}{20} = \frac{1}{5} + \frac{1}{4} + \frac{1}{2} = \text{مجموع الكسور للحصص}$$

فعليه تكون حصصهم وفق

$$\text{التالي: حصة المدعي الأول} = \frac{19}{20} \times \frac{1}{2} = \frac{19 \times 1}{20 \times 2} = \frac{19}{40}$$

10 جمل $= \frac{19}{20} \times \frac{19}{40}$

$$\text{حصة المدعي الثاني} = \frac{19}{20} \times \frac{1}{4} = \frac{19 \times 1}{20 \times 4} = \frac{19}{80}$$

5 جمل $= \frac{19}{20} \times \frac{19}{80}$

$$\text{حصة المدعي الثالث} = \frac{19 \times \frac{1}{5}}{\frac{19}{20}} = \frac{\frac{19}{5}}{\frac{19}{20}} = \frac{19}{5} \times \frac{20}{19} = 4 \text{ جمل}$$

وبهذا قد حصلنا على ذات النتائج التي أعطاها الامام علي بن ابي طالب (عليه السلام).

ولعل من الممكن لنا بعد تلك المحاولات ان نحصل على صيغة عامة لمسائل مماثلة :

لنفرض أن:

ص = المضاعف المشترك الاصغر للكسور (التي الحصص)،

ح = كسر حصة المدعي الاول،

ح = كسر حصة المدعي الثاني،

ح = كسر حصة المدعي الثالث.

فالصيغة النهائية للحصص تكون كالتالي:

$$\text{حصة المدعي الاول} = \frac{ح \times 1 \times ص}{1ح + 2ح + 3ح}$$

$$\text{حصة المدعي الثاني} = \frac{ح \times 2 \times ص}{1ح + 2ح + 3ح}$$

$$\text{حصة المدعي الثالث} = \frac{ح \times 3 \times ص}{1ح + 2ح + 3ح}$$

المسألة الثالثة :

وردت هذه المسألة في كشكولالبهائي : أن يهودياً دخل على الامام علي (ع) وقال : "أخبرني عن عدد يكون له نصفوثلث وربع وخمس وسدس وسبع وثمان و تسع وعشر دون أن يكون في الناتج كسر. فقال (ع) إضرب أيام أسبوعك في أيام سنتك فتحصل على العدد.²⁹

التوضيح:

عدد ايام الاسبوع = 7 أيام

عدد أيام السنة = 360 يوم

فحاصل الضرب يساوي العدد = $2520 = 360 \times 7$

$1260 = 1/2 \times 2520$

$840 = 1/3 \times 2520$

$630 = 1/4 \times 2520$

$= 1/5 \times 2520$

$\times 2520$

504

$420 = 1/6$

$360 = 1/7 \times 2520$

$315 = 1/8 \times 2520$

$280 = 1/9 \times 2520$

$252 = 1/10 \times 2520$

وفي رواية اخرى أن احدهم سأل الامام علي ابن ابي طالب (ع) عدد يكون له نصف وثلث وربع وخمس وسدس وسبع وثمان و تسع وعشر دون أن يكون في الناتج كسر. فقال الامام (ع) مقامات الكسور التي تبدأ بالحرف (عين) فتحصل على العدد.

التوضيح:

²⁹العالمي، بهاء الدين (953-1031 م): كشكول البهائي، تحقيق طاهر احمد الزاوي. وكذلك احمد امين : التكامل في الاسلام، و التستري: قضاء امير المؤمنين علي ابن ابي طالب (599-662م).

أن الكسور التي تبدأ بالحرف (عين) هي الرُّبْعُ و السَّبْعُ و الثُّسْعُ و العُشْرُ. فحاصل ضربها = $4 \times 7 \times 9 \times 10 = 2520$ ، وهو نفس العدد الذي حصلنا عليه من حاصل ضرب عدد ايام الاسبوع في ايام السنة. ويمكن أن نجري نفس العمليات الحسابية أعلاه للتأكد من النتائج التي كان الامام (ع) قد اعطاها مرتجلاً وليس كما يفعله الرياضيون.

المسألة الرابعة:

جاء رجل من روما يقصد الامام علي بن ابي طالب (عليه السلام) في الكوفة. فسأل الامام علي (ع) عن عدد صحيح تعطي كسوره التسعة أعداداً صحيحة، وكذلك، كل عدد صحيح ناتج يعطي ايضا اعداد صحيحة من كسوره التسعة إلا (ربع الثمّن) و (سَبْعُ السَّبْعِ) و (ثمن الثمن) و (ثَمْعُ الثَّمْعِ). فرد الامام علي بن ابي طالب (عليه السلام) وبدون تأخير: إضرب ايام اسبوعك في أيام شهرك، ثم اضرب الناتج في أيام سنتك، تحصل على ما تريد. فقام الرجل بكل الاجراءات الحسابية المطلوبة، فحصل على العدد 75600 والذي حقق المطلوب اثباته.³⁰

توضيح الحل:

أدناه توضيح للحل الذي أعطاه الامام علي (عليه السلام) للرجل الروماني :

عدد ايام الاسبوع = 7 ايام، وعدد ايام الشهر = 30 يوماً، و عدد ايام السنة = 360 يوم، فعليه فلو ضربنا تلك الاعداد سنحصل على العدد المطلوب $75600 = 360 \times 30 \times 7$.

▪ المجموعة الاولى الناتجة من نصف العدد 75600 والذي يساوي 37800، فانه ينتج مجموعة الاعداد الصحيحة والناتجة من كسوره التسعة الآتية:

$$18900 = \frac{1}{2} \times 37800$$

$$12600 = \frac{1}{3} \times 37800$$

$$9450 = \frac{1}{4} \times 37800$$

³⁰التستري: قضاء امير المؤمنين علي ابن ابي طالب (599-662م). وكذلك، يوسف مروة : العلوم الطبيعية في تراث الامام علي: مطبعة مروة العلمية، بيروت.



$$7560 = \frac{1}{5} \times 37800 \quad \blacksquare$$

$$6300 = \frac{1}{6} \times 37800 \quad \blacksquare$$

$$5400 = \frac{1}{7} \times 37800 \quad \blacksquare$$

$$4725 = \frac{1}{8} \times 37800 \quad \blacksquare$$

$$4200 = \frac{1}{9} \times 37800 \quad \blacksquare$$

$$3780 = \frac{1}{10} \times 37800 \quad \blacksquare$$

المجموعة الثانية الناتجة من ثلث العدد 75600 والذي يساوي 25200، فانه كذلك ينتج مجموعة الاعداد الصحيحة الناتجة من كسوره التسعة الآتية:

$$12600 = \frac{1}{2} \times 25200 \quad \blacksquare$$

$$8400 = \frac{1}{3} \times 25200 \quad \blacksquare$$

$$6300 = \frac{1}{4} \times 25200 \quad \blacksquare$$

$$5040 = \frac{1}{5} \times 25200 \quad \blacksquare$$

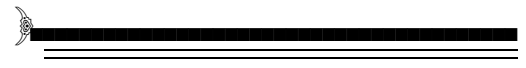
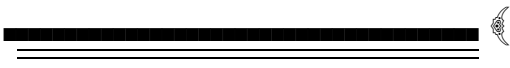
$$4200 = \frac{1}{6} \times 25200 \quad \blacksquare$$

$$3600 = \frac{1}{7} \times 25200 \quad \blacksquare$$

$$3150 = \frac{1}{8} \times 25200 \quad \blacksquare$$

$$2800 = \frac{1}{9} \times 25200 \quad \blacksquare$$

$$2520 = \frac{1}{10} \times 25200 \quad \blacksquare$$



- المجموعة الثالثة الناتجة من ربع العدد 75600 والذي يساوي 18900، فانه كذلك ينتج مجموعة الاعداد الصحيحة الناتجة من كسوره التسعة الآتية:

$$9450 = \frac{1}{2} \times 18900$$

$$6300 = \frac{1}{3} \times 18900$$

$$4725 = \frac{1}{4} \times 18900$$

$$3780 = \frac{1}{5} \times 18900$$

$$3150 = \frac{1}{6} \times 18900$$

$$2700 = \frac{1}{7} \times 18900$$

- ماعدا ثمن الربع لا ينتج عددا صحيحاً

$$2100 = \frac{1}{9} \times 18900$$

$$1890 = \frac{1}{10} \times 18900$$

- المجموعة الرابعة الناتجة من خمس العدد 75600 والذي يساوي 15120، فانه كذلك ينتج مجموعة الاعداد الصحيحة الناتجة من كسوره التسعة الآتية:

$$7560 = \frac{1}{2} \times 15120$$

$$5040 = \frac{1}{3} \times 15120$$

$$3780 = \frac{1}{4} \times 15120$$

$$3024 = \frac{1}{5} \times 15120$$

$$2520 = \frac{1}{6} \times 15120$$

$$2160 = \frac{1}{7} \times 15120$$

$$1890 = \frac{1}{8} \times 15120 \quad \blacksquare$$

$$1680 = \frac{1}{9} \times 15120 \quad \blacksquare$$

$$1512 = \frac{1}{10} \times 15120 \quad \blacksquare$$

(5) المجموعة الخامسة الناتجة من سدس العدد 75600 والذي يساوي 12600، فإنه كذلك ينتج مجموعة الاعداد الصحيحة الناتجة من كسوره التسعة الآتية:

$$6300 = \frac{1}{2} \times 12600 \quad \blacksquare$$

$$4200 = \frac{1}{3} \times 12600 \quad \blacksquare$$

$$3150 = \frac{1}{4} \times 12600 \quad \blacksquare$$

$$2520 = \frac{1}{5} \times 12600 \quad \blacksquare$$

$$2100 = \frac{1}{6} \times 12600 \quad \blacksquare$$

$$1800 = \frac{1}{7} \times 12600 \quad \blacksquare$$

$$1575 = \frac{1}{8} \times 12600 \quad \blacksquare$$

$$1400 = \frac{1}{9} \times 12600 \quad \blacksquare$$

$$1260 = \frac{1}{10} \times 12600 \quad \blacksquare$$

(6) المجموعة السادسة الناتجة من سُبْعُ العدد 75600 والذي يساوي 10800، فإنه كذلك ينتج مجموعة الاعداد الصحيحة الناتجة من كسوره التسعة الآتية:

$$5400 = \frac{1}{2} \times 10800 \quad \blacksquare$$

$$3600 = \frac{1}{3} \times 10800 \quad \blacksquare$$

$$2700 = \frac{1}{4} \times 10800 \quad \blacksquare$$

$$2160 = \frac{1}{5} \times 10800 \quad \blacksquare$$

$$1800 = \frac{1}{6} \times 10800 \quad \blacksquare$$

ماعداء سُبْع السُبْع لا ينتج عدداً صحيحاً.

$$1350 = \frac{1}{8} \times 10800 \quad \blacksquare$$

$$1200 = \frac{1}{9} \times 10800 \quad \blacksquare$$

$$1080 = \frac{1}{10} \times 10800 \quad \blacksquare$$

(7) المجموعة السابعة الناتجة من ثَمْنُ العدد 75600 والذي يساوي 9450، فانه كذلك ينتج مجموعة الاعداد الصحيحة الناتجة من كسوره التسعة الآتية:

$$4725 = \frac{1}{2} \times 9450 \quad \blacksquare$$

$$3150 = \frac{1}{3} \times 9450 \quad \blacksquare$$

ماعداء رُبْع الثَمْن لا ينتج عدداً صحيحاً.

$$1890 = \frac{1}{5} \times 9450 \quad \blacksquare$$

$$1575 = \frac{1}{6} \times 9450 \quad \blacksquare$$

$$1350 = \frac{1}{7} \times 9450 \quad \blacksquare$$

ماعداء ثَمْنُ الثَمْن لا ينتج عدداً صحيحاً.

$$1050 = \frac{1}{9} \times 9450 \quad \blacksquare$$

$$945 = \frac{1}{10} \times 9450 \quad \blacksquare$$

(8) المجموعة الثامنة الناتجة من شُعُ العدد 75600 والذي يساوي 8400، فانه كذلك ينتج مجموعة الاعداد الصحيحة الناتجة من كسوره التسعة الآتية:

$$4200 = \frac{1}{2} \times 8400 \quad \blacksquare$$

$$2800 = \frac{1}{3} \times 8400 \quad \blacksquare$$

$$2100 = \frac{1}{4} \times 8400 \quad \blacksquare$$

$$1680 = \frac{1}{5} \times 8400 \quad \blacksquare$$

$$1400 = \frac{1}{6} \times 8400 \quad \blacksquare$$

$$1200 = \frac{1}{7} \times 8400 \quad \blacksquare$$

$$1050 = \frac{1}{8} \times 8400 \quad \blacksquare$$

ماعدا شُعُ الشُعُ لا ينتج عددا صحيحاً:

$$840 = \frac{1}{10} \times 8400 \quad \blacksquare$$

(9) المجموعة التاسعة الناتجة من عُشْرُ العدد 75600 والذي يساوي 7560، فانه كذلك ينتج مجموعة الاعداد الصحيحة الناتجة من كسوره التسعة الآتية:

$$3780 = \frac{1}{2} \times 7560 \quad \blacksquare$$

$$2520 = \frac{1}{3} \times 7560 \quad \blacksquare$$

$$1890 = \frac{1}{4} \times 7560 \quad \blacksquare$$

$$1512 = \frac{1}{5} \times 7560 \quad \blacksquare$$

$$1260 = \frac{1}{6} \times 7560 \quad \blacksquare$$

$$1080 = \frac{1}{7} \times 7560 \quad \blacksquare$$

$$945 = \frac{1}{8} \times 7560 \quad \blacksquare$$

$$840 = \frac{1}{9} \times 7560 \quad \blacksquare$$

$$756 = \frac{1}{10} \times 7560 \quad \blacksquare$$

ولكن كيف توصل الامام علي بن ابي طالب (ع) للجواب؟ التوضيح الآتي يمثل تصوراً رياضياً للإجراءات التي اتخذها الامام علي (ع) في ذهنه، والتي مكنته من ينطق بالجواب في أقل من دقيقة:

بما ان نصف العدد الذي حصل عليه الرجل الروماني من جراء ضرب ايام الاسبوع في ايام الشهر في ايام السنة، قد انتج مجموعة من الاعداد الصحيحة من الكسور التسعة والتي هي: $(\frac{1}{10}, \frac{1}{9}, \frac{1}{8}, \frac{1}{7}, \frac{1}{6}, \frac{1}{5}, \frac{1}{4}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2})$ ، وهذا يعني: $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$ ، و $\frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$ ، و $\frac{1}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$ ، و $\frac{1}{5} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{10}$ ، و $\frac{1}{6} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{12}$ ، و $\frac{1}{7} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{14}$ ، و $\frac{1}{8} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{16}$ ، و $\frac{1}{9} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{18}$ ، و $\frac{1}{10} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{20}$.

ومن الملاحظ انه ينبغي ان تكون مجاميع الاعداد التي نحصل عليها من جراء ضرب العدد (75600) في الكسور

التسعة تكون قابلة للقسمة على كل المقامات الناتجة من حاصل الكسور التسعة في بعضها البعض. فمثلاً الاعداد التي حصلنا عليها من جراء ضرب العدد (75600) في الكسر $(\frac{1}{2})$ تكون قابلة للقسمة على كل المقامات الناتجة من حاصل ضرب الكسور التسعة في الكسر $(\frac{1}{2})$ وبدون باقي.

فالمضاعف المشترك الاصغر لحاصل ضرب الكسور التسعة في الكسر $(\frac{1}{2})$ ، ممكن ايجاده بالطريقة التالية: $2 \times 2 = 4$ ، $3 \times 2 = 6$ ، $2 \times 2 \times 2 = 8$ ، $5 \times 2 = 10$ ، $2 \times 2 \times 2 = 12$ ، $2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$ ، $7 \times 2 = 14$ ، $3 \times 3 \times 2 = 18$ ، $5 \times 2 \times 2 = 20$.

إذن المضاعف المشترك الاصغر لهذه المجموعة $= 2^4 \times 3^2 \times 5^1 \times 7^1$ وباتباع نفس الطريقة أعلاه، ممكن لنا أن نحصل على المضاعف المشترك الاصغر من حاصل ضرب العدد (75600) في الكسر $(\frac{1}{3})$ تكون ايضا قابلة للقسمة على الاعداد الصحيحة الناتجة من جراء

ضرب الكسور التسعة في الكسر $(\frac{1}{3})$. فالمضاعف المشترك الاصغر لحاصل ضرب الكسور التسعة في الكسر $(\frac{1}{3})$ ، ممكن ايجاده بالطريقة التالية: $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$ ، و $\frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{9}$ ، و $\frac{1}{4} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{12}$ ، و $\frac{1}{5} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{15}$ ، و $\frac{1}{6} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{18}$ ، و $\frac{1}{7} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{21}$ ، و $\frac{1}{8} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{24}$ ، و $\frac{1}{9} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{27}$ ، و $\frac{1}{10} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{30}$. فعليه:

$2 \times 3 = 6$ ، $3 \times 3 = 9$ ، $2 \times 2 \times 3 = 12$ ، $5 \times 3 = 15$ ، $2 \times 3 \times 3 = 18$ ، $7 \times 3 = 21$ ، $2 \times 2 \times 2 \times 3 = 24$ ، $3 \times 3 \times 3 = 27$ ، $5 \times 2 \times 3 = 30$.

إذن المضاعف المشترك الاصغر لهذه المجموعة $= 2^3 \times 3^3 \times 5 \times 7$

وبنفس الطريقة نستطيع ان نتسخرج المضاعف المشترك الاصغر للمجموعات الاخرى الناتجة من حاصل ضرب العدد بالكسور التسعة بعضها ببعض:

(1) من الكسر $(\frac{1}{4})$:

$2 \times 2 \times 2 = 8$ ، $3 \times 2 \times 2 = 12$ ، $2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$ ، $2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$ ، $7 \times 2 \times 2 = 28$ ، $3 \times 2 \times 2 \times 2 = 24$ ، $5 \times 2 \times 2 = 20$ ، $3 \times 3 \times 2 \times 2 = 36$ ، $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 40$ ، $5 \times 7 \times 2^5 = 700$.

(2) من الكسر $(\frac{1}{5})$:

$$5 \times 5 = 25 \quad , \quad 5 \times 2 \times 2 = 20 \quad , \quad 5 \times 3 = 15 \quad , \quad 5 \times 2 = 10$$

$$3 = 45 \quad , \quad 5 \times 2 \times 2 \times 2 = 40 \quad , \quad 7 \times 5 = 35 \quad , \quad 5 \times 3 \times 2 = 30 \quad , \quad 5$$

$$.5 \times 5 \times 2 = 50 \quad , \quad 5 \times 3 \times$$

إن المضاعف المشترك الأصغر لهذه المجموعة = $5^2 \times 7 \times 3^2 \times 2^3$.

(3) من الكسر $(\frac{1}{6})$:

$$2 = 30 \quad , \quad 3 \times 2 \times 2 \times 2 = 24 \quad , \quad 2 \times 3 \times 3 = 18 \quad , \quad 3 \times 2 \times 2 = 12$$

$$2 \times 2 \times 2 = 48 \quad , \quad 7 \times 3 \times 2 = 42 \quad , \quad 3 \times 3 \times 2 \times 2 = 36 \quad , \quad 5 \times 3 \times$$

$$.5 \times 3 \times 2 \times 2 = 60 \quad , \quad 5 \times 3 \times 3 \times 3 = 54 \quad , \quad 3 \times 2 \times$$

إن المضاعف المشترك الأصغر لهذه المجموعة = $.5 \times 7 \times 3^3 \times 2^4$.

(4) من الكسر $(\frac{1}{7})$:

$$, 7 \times 3 \times 2 = 42 \quad , 7 \times 5 = 35 \quad , 7 \times 2 \times 2 = 28 \quad , 7 \times 3 = 21 \quad , 7 \times 2 = 14$$

$$5 \times 2 = 70 \quad , 7 \times 3 \times 3 = 63 \quad , \quad 7 \times 2 \times 2 \times 2 = 56 \quad , [[7 \times 7 = 49]]$$

$$. 7 \times$$

إن المضاعف المشترك الأصغر لهذه المجموعة = $.5 \times 7 \times 3^2 \times 2^3$.

ملاحظة: بين الأقواس لا تعطي عدداً صحيحاً.

(5) من الكسر $(\frac{1}{8})$:

$$, [[2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32]]$$

$$, 3 \times 2 \times 2 \times 2 = 24 \quad , 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$$

$$, 7 \times 2 \times 2 \times 2 = 56 \quad , 3 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 48 \quad , 5 \times 2 \times 2 \times 2 = 40$$

$$, [[2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 =$$

$$.5 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 80 \quad , 3 \times 3 \times 2 \times 2 \times 2 = 72$$

إن المضاعف المشترك الأصغر لهذه المجموعة = $.5 \times 7 \times 3^2 \times 2^4$.



(6) من الكسر $(\frac{1}{9})$:

$$= 54, 5 \times 3 \times 3 = 45, 3 \times 3 \times 2 \times 2 = 36, 3 \times 3 \times 3 = 27, 2 \times 3 \times 3 = 18$$

$$5 \times 3 \times 3 \times 3$$

$$3 = 90, [3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81], 3 \times 3 \times 2 \times 2 \times 2 = 72, 7 \times 3 \times 3 = 63$$

$$.5 \times 2 \times 3 \times$$

إذن المضاعف المشترك الأصغر لهذه المجموعة = $5 \times 7^3 \times 2^3$.

(7) من الكسر $(\frac{1}{10})$:

$$60, 5 \times 5 \times 2 = 50, 5 \times 2 \times 2 \times 2 = 40, 5 \times 3 \times 2 = 30, 5 \times 2 \times 2 = 20$$

$$5 \times 3 \times 2 \times 2 =$$

$$5 \times 2 \times 2 = 100, 5 \times 2 \times 3 \times 3 = 90, 5 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 80, 7 \times 5 \times 2 = 70$$

$$.5 \times$$

إذن المضاعف المشترك الأصغر لهذه المجموعة = $5^2 \times 7^3 \times 2^4$.

و إذا كان بالإمكان نعيد ترتيب المضاعف المشترك الأصغر الأخير بطريقة نستطيع ان نتوصل الى العدد الذي اهتدى اليه الامام علي بن ابي طالب (ع) :

$$5^2 \times 7^3 \times 2^4 = \text{العدد المطلوب}$$

$$5 \times 2^3 \times 3^2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 7 =$$

$$(5 \times 9 \times 8) \times (2 \times 3 \times 5) \times 7 =$$

$$(360) \times (30) \times (7) =$$

$$= (\text{ايام الاسبوع}) \times (\text{ايام الشهر}) \times (\text{ايام السنة}).$$

وهذا بالضبط كان جواب الامام علي بن طالب (عليه السلام) للرجل من روما.

ولكن ثمة سؤال قد يتبادر لذهن القارئ هو : لماذا (ثَمْنُ الثَّمْنِ) و (ربع الثَّمْنِ) و (سَبْعُ السَّبْعِ) و (ثَمْنُ الثَّمْنِ) لا تنتج اعداداً صحيحة؟



الجواب ببساطة كما يلي:

لنحلل العدد (75600) وكما يلي:

2	75600
2	37800
2	18900
2	9450
5	4725
5	945
3	189
7	63
3	9
3	3
	1

اذن التحليل الرقمي للعدد $75600 = 2^4 \times 3^3 \times 5^2$. فنلاحظ ببساطة انه لا يحوي على معامل مثل : 2^5 ، والذي هو ربع الثمن، او 7^2 والذي هو سبع السبع، وهكذا.

فمقارنة بسيطة بين الوقت الذي استغرقه الامام علي ابن ابي طالب (عليه السلام) في الاجابة وبين التوضيحات المطولة و التي حاولنا فيها اثبات صحة الحل الرياضي للمسألة، ليؤكد لنا ان كل تلك الاجراءات الرياضية جرت في ذهنه (عليه السلام) في اقل من دقيقة، فسبحان الله.

المسألة الخامسة:

يقال : إن امرأة جاءت إلى الإمام، و شكت إليه أن أخاها مات عن ستمائة دينار، و لم يقسمها من ميراثه غير دينار واحد. فقال لها الامام علي (عليه السلام) : لعنه ترك زوجة و

ابنتين و أمأ و اثني عشر أخوا و أنتِ ؟ فقالت نعم، فكان كما قال (ع). و هنا تتجلى قوة علمه و حدسه فبمجرد أن علم بحصتها فقد استنتج عدد أفراد العائلة، و ليس فقط ذلك، بل العلاقة فيما بينهم و جنسهم و حصة كل منهم. حيث أن هذه المرأة كانت تتوقع أن أباها قد ظلمها لذا طلبت الإنصاف و أخذ حقها. لذلك قال لها خُلف أخوك بنتين لهما الثلثان أربعمئة (أي ثلثي الستمائة هو أربعمئة). و خُلف أمأ لها السدس، مائة (أي سدسي الستمائة هو مائة)، و خُلف زوجة لها الثمن، خمسة و سبعون (أي ثمن الستمائة هو خمسة و سبعون). و خُلفمك اثني عشر أخواً لكلّ أخ ديناران و لك دينار قالت نعم. فذلك سُميت هذه المسألة بالدينارية.³¹ و لذلك لو جمعنا هذه الحصص لكان مجموعها ستمائة و هو المبلغ الأصلي.

التوضيح:

$$\text{حصة البنّتين هو } \frac{2}{3} \text{ من الارث : } \frac{2}{3} \times 600 = 400 \text{ دينار،}$$

$$\text{حصة الأم هو } \frac{1}{6} \text{ من الارث } = \frac{1}{6} \times 600 = 100 \text{ دينار،}$$

$$\text{حصة زوجة الاخ من الارث } = \frac{1}{8} \times 600 = 75 \text{ دينار،}$$

$$\text{مجموع حصص الـ 12 الأخ و اخت } = 25 \text{ حصة، كل رجل سهمين، و سهم للاخت } = 600 - (400+100+75) = 25 \text{ دينار}$$

كل أخ يأخذ 2 دينار، و الاخت تأخذ دينار واحد.

المسألة السادسة:

سأل أحد الاصحاب الامام علي بن ابي طالب (عليه السلام) عن المسافة بين الشرق والغرب. فاجاب الامام (ع): (هي مسيرة يوم للشمس).³²

توضيح الجواب: من المعروف في ذلك الزمن عندما يقال : مسيرة يوم نحو الشمس، يعني مجموع الفترة الزمنية المستغرقة بين بداية الليل ونهاية يوم على الارض، اي 24 ساعة.

³¹ محسن الأمين " أعيان الشيعة "، دار التعارف : 343. وكذلك انظر : التستري، محمد تقي : قضاء امير المؤمنين علي ابن ابي طالب.

³² علي بن أبي طالب : نهج البلاغة "، شرح محمد عبده: مؤسسة الأعلمي بيروت، (1993)

ومن المعلوم ان سرعة الارض حول محورها تساوي تقريباً 0.5 كم/ثانية. إذن المسافة بين شرق وغرب الارض = (0.5 كم/ثانية) × (24 × 60 × 60 ثانية) = 43200 كم. وهذا فعلاً هو العدد التقريبي لمحيط الارض، أو طول خط الاستواء.

المسألة السابعة: سئل الامام علي بن ابي طالب (عليه السلام) ذات يوم عن طول محيط الشمس. فاجابهم وبدون أدنى تأخير : (حاصل ضرب 900 في 900 فرسخ).³³

توضيح الجواب: يعرف الفرسخ بانه وحدة

قياس الطول في العصر الاسلامي. والفرسخ الواحد ما يعادل (3.42 ميل) أو (5.5) كيلومتر تقريباً. فعليه فان محيط الشمس وفق الصيغة الرياضية التي وضعها الامام علي بن ابي طالب (عليه السلام)

يحسب كما يلي:

$$\begin{aligned} &= \text{محيط الشمس وفق الصيغة الامام} = (900) \times (900 \text{ فرسخ}) \\ &= 810000 \text{ فرسخ} = 2770200 \text{ ميل} = 4455000 \\ &\text{كيلومتر} \end{aligned}$$

$$\text{القطر} = \frac{\text{المحيط}}{\text{النسبة الثابتة}} = \frac{4455000}{\frac{22}{7}} = 1417500 \text{ كيلومتر قطر الشمس}$$

التخميني في القرن السابع الميلادي.

اما القطر الحقيقي للشمس في حسابات اليوم = 1392000 كيلومتر، اي بنسبة تقريب = 1.8%، فهي نسبة معقولة.

المسألة الثامنة:

في أحد الايام، سأل احد الاصحاب امير المؤمنين الامام علي بن ابي طالب (عليه السلام) عن المسافة بين الأرض والشمس. فرد عاياه الامام مباشرة، بقوله : (هي ذات المسافة التي يقطعها فرس سريع بخمسمائة سنة).

³³ احمد أمين : التكامل في الاسلام : دار الكتب العالمية، النجف، بيروتن المجلد الثاني والخامس.

توضيح جواب الامام (ع):

6.5 من المعروف لدى اهل الخبرة في الخيول العربية الاصيلة انها تقطع فرسخ في الساعة، وهذا يعني :

معدل سرعة الفرس السريع = 6.5 فرسخ/ساعة،

$$) = (3.42 \times 6.5 = 22.23 \text{ ميل/ساعة، أو}$$

$$) = (5.50 \times 6.5 = 35.75 \text{ كم / ساعة.}$$

فعليه فإن المسافة التي يقطعها هذا الفرس في مسير 500 سنة = (السرعة). (الزمن)

$$) = (22.23 \text{ ميل/ساعة). (} 12 \times 500 \times$$

$$= 96033600 \text{ ميل، أو } = (35.75 \text{ كم/ساعة). (} 12 \times 500 \times$$

$$= 153360000 \text{ كيلومتر ويبلغ اليوم متوسط المسافة بين الارض}$$

والشمس بنحو 150 مليون كيلومتر. وتقرر ناسا ان أقر بمسافة من الشمس، والذي يدعوه

علماء الفلك بالحضيض (perihelion)، هو 147098074 كم. والمسافة الأبعد من الشمس

والذي يدعى بالأوج (furthest)، هو 152097701 كم.³⁴ ويبدو أن المسافة التي قدرها

الامام علي ابن ابي طالب (ع) في القرن السابع الميلادي و من دون استخدام الاجهزة

المتطورة كانت اقرب الى الأوج، الذي توصل اليه فلكيو القرن الواحد والعشرين، و بفارق

نسبته 0.65% وهذا يعني انه الاقرب جداً الى العدد في العصر الحديث. و هذا ابداع رياضي

وفلكي آخر يضاف الى هذا الذي علمه الحبيب المصطفى رسول الله (ص) ألف باب من العلم،

لينفتح في ذهن علي (ع) الف باب اخرى من العلم. ولكي تكمل وجه المقارنة، علينا أن

نستعرض الخلفية التاريخية لتطور تقدير المسافة بين الارض والشمس، وكما نشرته ناسا،

وكالة الفضاء الامريكية في نشرتها عن المجموعة الشمسة مؤخراً: ففي 1573 استطاع

العالم الدنماركي (Tycho Brahe)³⁵ ان يُقدر المسافة بين الشمس والأرض في 8 مليون

كيلومتر

³⁴ National Aeronautics and Space Administration – Solar System Exploration

³⁵ Tyge Ottesen Brahe (1601 – 1546) وهو من نبلاء الدنمارك عرف بانه مهتماً بالفلك وكوكب

الارض وبالكيمياء. ولد في ولد في مدينة سكانيا الدنماركية، والتابعة الآن الى مملكة السويد.

(5 مليون ميل). و في وقت لاحق تمكن (Johannes Kepler)³⁶ أن يُقدرها في 24 مليون كيلومتر (15 مليون ميل). وفي عام 1672، أدلى (Giovanni Cassini)³⁷ بتقدير أفضل بكثير باستخدام المريخ. و من خلال مراقبة المريخ من باريس، وبوجود زميله (Jean Richer)³⁸، الذي لاحظ أيضا المريخ في نفس الوقت، ولكن في غيانا الفرنسية في أمريكا الجنوبية. و من هناك كان لـ (Cassini) قادرا على حساب المسافة من الارض الى المريخ، ثم المسافة من الأرض إلى الشمس. فبلغت بنحو 140 مليون كيلومتر (87 مليون ميل). والذي هو أقل من ذلك، ولكنه قريب جدا من عدد العصر الحديث.³⁹ الجدول الآتي يبين الخلاصة التاريخية لتطور حساب العدد التخميني الذي يمثل المسافة بين الارض والشمس.

أسم العالم الذي قدر المسافة	القرن الذي عاشه	المسافة التي قدرها (كيلومتر)
الامام علي ابن ابي طالب	القرن السابع الميلادي	153,360,000
العالم الدنماركي (Tycho Brahe)	القرن السادس عشر الميلادي	8,000,000
Johannes Kepler	القرن السادس عشر الميلادي	24,000,000
Giovanni Cassini	القرن السابع عشر الميلادي	140,000,000

يبين الجدول تطور التقدير التقريبي للمسافة بين الارض و الشمس. ويظهر من الجدول ان العدد الذي حصل عليه الامام هو الاقرب الى العدد في العصر الحديث.

الخاتمة:

³⁶Kepler Johannes (1630-1571) وهو عالم ألماني اشتهر بالرياضيات والفلك والتنجيم.
³⁷Giovanni Cassini (1712-1625) وهو الطالي-فرنسي كان بارعا بالفلك وعمل في شبابه في مرصد بنزانو الايطالي ما بين 1648-1669. ثم صار استاذا في جامعة بولوكنا، وفي 1671 اصبح مديرا لمرصد باريس الفرنسي.

³⁸Jean Richer (1696-1630) وهو فلكي فرنسي وكان مساعدا لـ (Giovanni Cassini) 1625-1712. ما بين عام 1671 و 1673 غادر الى كينيا بطلب من اكااديمية العلوم الفرنسية لمراقبة المريخ، وهذا الارصاد مكنه من ان يحسب المسافة بين الشمس والمريخ

³⁹National Aeronautics and Space Administration – Solar System Exploration.

إن الذي نريد أن نسجله في هذا البحث معلومات عن أوليات (الجبر والمقابلة) من أنه كان موجود في القرن السابع الميلادي، لكنه كان غير مكتوب، وإنما كان يتداوله الناس بالسنتهم وقد اندرس مع مرور الزمن، ثم جاء محمد بن موسى الخوارزمي فكتب في هذا العلم، و وضع له منهاجاً وضمنه حل لمعادلات جبرية من الدرجة الثانية وخصوصاً في معالجات مسائل الإرث المعقدة. حيث صار هناك ثمة إعتقاد بوجود تمهيدات للجبر قبل الخوارزمي. و اعتماداً على ما جاء في الوثيقة التي تم الحصول عليها من المخطوطة اليمينية التي كتبت في القرن السابع الميلادي والمحفوظة في خزانة حيدرآباد، وأن المعلومات التي وردت فيها تتعلق بشخص يشهد له التاريخ بعلمه وابداعاته الخارقة في مجالات كثيرة من العلوم، فلذلك ينبغي العمل على التصديق بها. ومن خلال اجراء تحقيق تاريخي حولها، ولعلها تصحح معلومات تاريخية لازالت غير مؤكدة عن أصل الجبر. أن المسائل التي عالجها الامام علي (ع) تضمنت اجراءات رياضية يقف عندها الباحث حيران حول ما ذكر في التاريخ من ان الجزيرة العربية كانت لا تمتلك تراثاً في الرياضيات. لكن الوثيقة التاريخية والمسائل الرياضية تلك تؤكد انه قبل الخوارزمي كانت هناك رياضيات، والعجب ان الخوارزمي لم يذكرها كمصدر من مصادره التي اعتمد عليها في كتابه الشهير (الجبر والمقابلة). وهذا مانتركه للباحثين في هذا المجال للغور في بطون تاريخ الرياضيات عند العرب ليكتشفوا لنا الحقائق عن اصل الجبر وكيف بدأ التفكير به، ومن الله التوفيق.

المصادر :

- (1) احمد أمين (1964): التكامل في الاسلام، دار الكتب، النجف، قم، بيروت.
- (2) ابن الدمشقي، شمس الدين ابي البركات محمد بن احمد : جواهر المطالب في مناقب علي (رض). 76/1
- (3) التستري، نقي : قضاء امير المؤمنين علي ابن ابي طالب (599-662م) : مطبعة الحيدري، النجف - العراق
- (4) ابو داوود الازدي السجستاني (ت 275 هـ) : سنن أبي داود، تحقيق شعيب الاناؤوط وآخرون: دار الرسالة العالمية.
- (5) العاملي، بهاء الدين (953-1031 م): كشكول البهائي، تحقيق طاهر اخمد الزاوي.

-
-
- (6) عباس علي عبدالرضا، مجالات تطبيق الرياضيات في الفقه الإسلامي، الفصل الثالث : دار العباد، بغداد، 2011.
- (7) عباس محمود العقاد (1967) " عبقرية الإمام علي " دار الكتاب العربي، بيروت : 190.
- (8) علي بن أبي طالب :نهج البلاغة "، شرح محمد عبده: مؤسسة الأعلمي بيروت، (1993)
- (9) عز الدين ابن الأثير الجوزي (1994)، أسد الغابة في معرفة الصحابة " تحقيق علي محمد عوض، دار الكتب العلمية، بيروت، 95/4.
- (10) محسن الأمين، أعيان الشيعة : دار المعارف.
- (11) يوسف مروة : العلوم الطبيعية في تراث الامام علي: مطبعة مروة العلمية، بيروت.
- 12) Berggren, J. Lennart (1997): **Mathematics and her Sisters in Medieval Islam: A Selective of Work Done from 1985 to 1995**, HistoriaMathematica, Karpinski, L. C. (1915): **Latin Translation oh the Algebra of Al-Khwarizmi. The MacMillan Company: New York, London.**
- 13) King, A. David (1988): **A Medieval Arabic Report on Algebra before Al-Khwarizmi. Al -Masaq.**
- 14) **National Aeronautics and Space Administration – Solar System Exploration.**

